

## 4. OPTIKA

### 4.1 UVOD

Riječ optika kod velikog broja ljudi izaziva asocijaciju na leće, prizme, mikroskop i slično. Optika im se čini starijim područjem fizike, koja malo utječe na suvremeni razvoj i ima drugostupanjsko tehničko značenje.

U biti to nije tako. Optika znanost o svjetlosti usko je povezana sa svim drugim područjima fizike, a njihov razvoj bio bi nemoguć bez proučavanja optičkih procesa. Suvremena teorija građe atoma i molekula razvila se na otkrićima u području optike (spektroskopije). Uspjesi u području astronomije, kemije, fiziologije, biologije, uvjetovani su primjenom optičkih metoda i instrumenata. Fotografija, televizija, kino – područja tehnike, s kojima se svakodnevno susrećemo, zasnovane su na optičkim zakonima.

No najvažnije nije u nabrojenim činjenicama, već u tome što je u posljednje vrijeme u optici došlo do krupnih otkrića, koja je stavljaju u prvi plan interesa fizičara i drugih specijalista. Novootkrivena svojstva svjetlosti omogućila su konstrukciju kvantnih generatora svjetlosti – LASERA, koji su neobično proširili granice primjenljivosti optike, kako u području fizičkog eksperimenta tako i u području tehničke primjene. Fizika je dobila nove metode proučavanja prirode, a mnogi važni tehnički problemi riješeni su primjenom novih otkrića u optici. Laserska zraka postaje osnovnim kanalom za uspostavljanje veza kako na zemlji tako i u kozmičkom prostoru. Problem iskorištavanja atomske energije reguliranom termonuklearnom reakcijom, moguće je da će biti riješen upotrebom snažnih laserskih zraka (u laboratorijskim uvjetima ostvareno je 1974. godine).

Da bi se razumjelo u čemu je smisao novih otkrića, i što se sve može s pomoću njih postići, potrebno je upoznati se sa suštinskom prirodom svjetlosti i zakonitostima njenog ponašanja.

### 4.2 RAZVOJ PRETPOSTAVKI O PRIRODI SVJETLOSTI

Većinu dojmova iz vanjskog svijeta primamo preko osjeta vida - oka, posredovanjem svjetlosti. Razumljivo je što su svojstva i priroda svjetlosti od najstarijih vremena privlačila pažnju ljudi.

Već u prvoj fazi optičkih ispitivanja formulirana su četiri osnovna optička zakona:

- zakon pravocrtnog širenja svjetlosti
- zakon neovisnosti svjetlosnih zraka
- zakon odbijanja svjetlosti od ravnih površina
- zakon loma svjetlosti na granici dviju prozračnih sredina.

Proučavanja tih zakona pokazala su:

*da oni imaju znatno dublji smisao nego što izgleda na prvi pogled i da su oni samo aproksimativni zakoni.*

Nalaženje granice primjenljivosti osnovnih optičkih zakona značilo je suštinsko prodiranje u prirodu svjetlosti.

Suština tih zakona je u sljedećem:

U homogenoj sredini svjetlost se širi pravocrtno. Pokusni dokaz takvog zakona sastoji se u činjenici što neprozirna tijela, prilikom osvjetljivanja izvorima malih dimenzija, daju oštre sjenke, omjer između konture predmeta i njegove sjenke odgovara geometrijskom projektiranju s pomoću pravih crta. Pri prolasku svjetlosti kroz vrlo male otvore dolazi do odstupanja od pravocrtnog širenja, koje je to veće što je otvor manji (tu pojavu analizirat ćemo pod difrakcijom svjetlosti).

Neovisnost svjetlosnih zraka očituje se u tome što u zraku pri susretu zraci ne remete jedna drugu.

Zakoni odbijanja i loma imaju isti smisao kao kod valnog gibanja u mehanici.

Na granici dviju prozračnih sredina upadna zraka dijeli se na odbijenu i prelomljenu. Pravci tih zraka određeni su zakonom odbijanja i loma svjetlosti.

**Zakon odbijanja:** Upadna zraka leži u istoj ravnini s normalom u upadnoj točki na graničnoj površini i odbojnim zrakama. Upadni kut jednak je odbojnom.

**Zakon loma:** Upadna zraka, normala u upadnoj točki i prelomljena zraka leže u istoj ravni. Omjer sinusa upadnog kuta  $\alpha$  (alfa) prema sinusu prijelomnoga kuta  $\beta$  (beta) je konstantan za dane sredine, tj.

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n_{21} \quad (4.1)$$

Veličina  $n_{21}$  naziva se **relativni indeks loma** druge sredine u odnosu na prvu.

Indeks loma neke sredine u odnosu na vakuum naziva se apsolutni indeks loma.

Relativni indeks loma dviju sredina  $n_{21}$  vezan je jednostavnom relacijom s njihovim apsolutnim indeksima loma  $n_1$  i  $n_2$ , koja glasi

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1} \quad (4.2)$$

Kako je (vidi 1.109.)

$$n_{21} = \frac{c_1}{c_2} \quad (4.3)$$

gdje su  $c_1$  i  $c_2$  brzine svjetlosti u sredinama indeksa loma  $n_1$  i  $n_2$  na osnovu (3.2) i (3.3) slijedi da je

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{c_1}{c_2} \quad (4.4)$$

Ako se uzmemo da je prva sredina vakuum, tj.  $n_1 = 1$  i  $c = c_0$  brzina svjetlosti u vakuumu, to iz (3.4) slijedi da je

$$n_2 = \frac{c_0}{c_2} \quad (4.5)$$

Znači, **apsolutni indeks loma** neke sredine jednak je odnosu brzine svjetlosti u vakuumu i brzine svjetlosti u toj sredini.

Iz jednadžbe (3.5) dobiva se općenito

$$c = \frac{c_0}{n} \quad (4.6)$$

temeljem čega izlazi da se može dobiti brzina svjetlosti u nekoj sredini ako se zna brzina svjetlosti u vakuumu i apsolutni indeks loma te sredine.

To je uglavnom sve što je bilo poznato o svjetlosti do 17. stoljeća.

Zakon pravocrtnog širenja svjetlosti naveo je Newtona da krajem 17. stoljeća iznese teoriju o korpuskularnoj prirodi svjetlosti, tj. da se svjetlost sastoji od sitnih korpuskula (čestica) koje emitira svjetlosni izvor u okolni prostor i koje se gibaju pravocrtno. S pomoću te teorije, analogno mehaničkim zakonima, objašnjeni su zakoni odbijanja i loma svjetlosti.

Međutim, zakon neovisnosti svjetlosnih zraka nije se mogao objasniti tom teorijom. Analogno zakonitostima kod mehaničkih valova, Huygens taj zakon objašnjava pripisujući svjetlosti valnu prirodu.

Sve do 19. stoljeća korpuskularna teorija svjetlosti imala je dominantnu ulogu u optici. Međutim, oštra borba među pristalicama korpuskularne teorije nije prestajala. U 19. stoljeću Young i Fresnel pokazali su da postoje optičke pojave (interferencija, difrakcija), koje se mogu objasniti samo valnom prirodom svjetlosti. Oni su čak i odredili valnu duljinu svjetlosnih valova, međutim, stvarna priroda svjetlosnih valova i sredine kroz koju se prostiru, ostala je neriješen problem.

Teorijska ispitivanja Maxwella pokazala su da se promjene elektromagnetskog polja u vakuumu prostiru brzinom svjetlosti. Maxwell je došao do zaključka da je i svjetlost elektromagnetne prirode. Hertzove eksperimentalne potvrde Maxwellovih teorijskih postavki dovele su krajem 19. stoljeća do uvjerenja da je otkriveno sve o prirodi svjetlosti.

Već početkom 20. stoljeća, klasična elektrodinamika nije mogla objasniti pojavu fotoučinka (izbacivanje elektrona iz vodiča s pomoću svjetlosti koja na njega pada).

Einstein je 1905. godine, poopćavajući Planckovu ideju kvanta, pretpostavio da je energija svjetlosnog snopa, umjesto da je raspoređena u prostoru u električnim i magnetskim poljima elektromagnetskog vala, koncentrirana u male "pakete" energije – kvante koje je nazvao FOTONIMA.

Energija jednog fotona, prema Plancku, iznosi

$$\varepsilon = h\nu \quad (4.7)$$

gdje je  $h$  Planckova konstanta, koja iznosi  $h = 6,625 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ .

Mehanizam fotoelastičnog učinka sastoji se u prenošenju energije s fotona na elektrone.

Comptonov efekt (1921.) potvrdio je Einsteinovu fotonsku teoriju svjetlosti, što je još jednom dovelo do dileme o povratku na Newtonovu korpuskularnu teoriju svjetlosti.

Sadašnje stajalište fizičara, očituje se u prihvaćanju dualističke prirode svjetlosti. Pojave vezane za širenja svjetlosti bolje se objašnjavaju elektromagnetskom valnom teorijom, dok uzajamno djelovanje svjetlosti s materijom u procesu apsorpcije i emisije objašnjava korpuskularna teorija.

Kasnije je ustanovljeno da je dvostruka korpuskuarno-valna priroda svojstvena ne samo svjetlosti (elektromagnetnim valovima), već i svim elementarnim česticama (Louis de Broglie, 1924.).

Sinteza tih proturječnosti – valnih i korpuskularnih svojstava tvari – može se pravilno shvatiti samo na osnovi dijalektičkog tvarizma, koji tvrdi da su svim prirodnim pojavama svojstvene i proturječnosti i njihovo dijalektičko jedinstvo, tj. proturječnosti, bez kojih određene pojave, izražene njihovim jedinstvom, ne bi ni postojale.

### 4.3 BRZINA SVJETLOSTI

Kako udaljenost na Zemlji svjetlost prelazi “trenutačno” dugo se smatralo da se svjetlost širi kroz prostor beskonačno velikom brzinom.

Galilei u 17. stoljeću prvi pokušava pokusno odrediti brzinu svjetlosti, ali bez uspjeha, što je razumljivo s obzirom na golemu brzinu svjetlosti i tehničke mogućnosti vremena u kojem je živio. Značenje njegovog pokusa je tome da on nije vjerovao u beskonačno veliku brzinu svjetlosti.

**Olaf Roemer** je 1676. godine prvi put, na osnovi astronomskih mjerenja (pomračenja Jupiterova mjeseca), izračunao brzinu svjetlosti i dobio vrijednost oko  $3 \cdot 10^8$  m/s. Danas postoji više astronomskih i laboratorijskih metoda za određivanje brzine svjetlosti. Do sada najtočnijom vrijednošću brzine svjetlosti u vakuumu smatra se vrijednost

$$c_0 = (2,99773 \pm 0,00010) \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Proračuni prema elektromagnetskoj teoriji za brzinu elektromagnetskih valova u vakuumu daju vrijednost

$$c_0 = 2,9979 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

što se odlično slaže s izmjerenom brzinom svjetlosti u vakuumu.

Pokusna mjerenja valne dužine vidljive svjetlosti u vakuumu pokazuju da se ona giba u granicama od 400 do 750 nm.

U sredini s indeksom loma  $n$ , valna duljina će se promijeniti. Na osnovi fundamentalne relacije koja vrijedi za sve vrste valova

$$c = \lambda f \quad (4.8)$$

za valnu duljinu svjetlosti u vakuumu  $\lambda_0$  dobiva se da je jednaka  $\lambda_0 = c_0 / f$ , a za valnu duljinu  $\lambda$  u sredini indeksa loma  $n$ , s obzirom na relacije (3.6) i (3.8) dobiva se

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n} \quad (4.9)$$

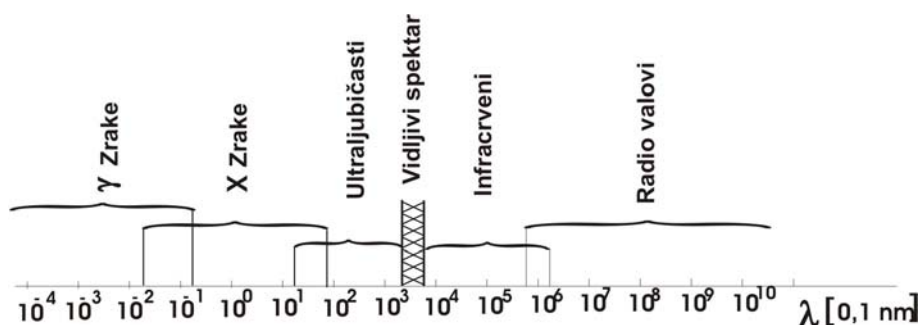
Kako je  $n > 1$ , slijedi da je  $\lambda < \lambda_0$ , a s obzirom na to da frekvencija ostaje konstantna, to znači da je  $c_0 > c$ , tj. brzina svjetlosti u vakuumu je veća od brzine svjetlosti u bilo kojoj drugoj sredini.

Brzina svjetlosti u vakuumu predstavlja jednu od važnih konstanti u fizici i za sada najveću moguću poznatu brzinu u prirodi.

Vidjeli smo da u pogledu njihove fundamentalne prirode nema razlike između svjetlosnih valova i ostalih elektromagnetskih valova. Razlika je jedino u valnoj duljini, odnosno frekvenciji, a to znači prema relaciji (3.7) u količini energije koju imaju njihovi fotoni.

Frekvencijsko područje vidljive svjetlosti giba se od  $7,5 \cdot 10^{14}$  Hz do  $4 \cdot 10^{14}$  Hz.

Elektromagnetni valovi u području optičkog spektra nastaju pri skokovima krajnjih elektrona, koji kruže oko jezgre atoma, kad pri pobuđenom stanju atoma prelaze iz kvantne putanje više energetske razine u kvantnu putanju niže energetske razine, emitirajući pri tome foton čija je energija jednaka razlici kvantnih stanja. Da bi mogli emitirati energiju, atomi na neki način moraju biti dovedeni u pobuđeno stanje. Pobuđeno stanje se može izazvati termičkim gibanjem atoma. Dakle atomi su oscilatori koji emitiraju infracrvene, vidljive i ultraljubičaste zrake.



Slika 4.1 Elektromagnetni spektar

Ako se atomi bombardiraju elektronima velike kinetičke energije, može doći do udaljavanja elektrona s unutrašnje putanje, a povratak atoma u normalno stanje biva praćeno emisijom energije zračenja izvanredno kratke valne duljine. Valovi proizvedeni na taj

način nazivaju se x-zrake. Valovi još kraćih valnih duljina koji spontano prate radioaktivno raspadanje atomskih jezgra (nukleusa) nazivaju se gama zrake.

Valovi većih valnih duljina od vidljive svjetlosti stvaraju se s pomoću električnih titrajnih krugova i nazivaju se radiovalovi.

Elektromagnetski valovi svih frekvencija od gama zraka, s jednog kraja spektra, do radiovalova na drugom kraju, mogu se proizvoditi i proučavati. Ne može se povući oštra granica između raznih područja spektra (što je na slici 3.1. izraženo djelomičnim preklapanjem susjednih područja spektra) koja su sva jednaka po svojoj prirodi, a jedina razlika im je u valnoj duljini, odnosno frekvenciji.

Na slici 3.1. prikazana je skala elektromagnetskog spektra. Upadljiva je relativno mala oblast koja pripada vidljivom području.

#### **4.4 OPTIKA POKRETNIH SREDINA**

Proučavanje širenja svjetlosti u tijelima koja se gibaju imalo je presudnu ulogu u razvitku znanja o prirodi prostora i vremena.

Da bi se obavila ta proučavanja moralo se precizirati u odnosu na što se promatra širenje svjetlosti. Za objašnjenje širenja svjetlosti u 17. stoljeću uveden je pojam etera - hipotetične sredine koja ispunjava sav svemir i prožima sva tijela. Deformacije i titraji te sredine su uzrokom za sve fizikalne fenomene, kao što su gravitacija, svjetlost, električne i magnetne sile. U 18. stoljeću je pokusno potvrđena valna priroda svjetlosti (Young 1801.) i uz opće prihvaćeno mišljenje da se svi fizički fenomeni mogu objasniti s gledišta mehanike učvrstili su hipotezu o postojanju etera koji "prenosi" svjetlosne valove.

Kako eter predstavlja neku sredinu, moglo se očekivati da se gibanje tijela može opažati u odnosu na tu sredinu tj. da se ona može detektirati.

U tu svrhu Michelson je izveo čuveni eksperiment s pomoću kojega je želio otkriti gibanje Zemlje u odnosu na eter. Ako se zaista Zemlja giba kroz eter, onda bi, na istoj razdaljini, svjetlosna zraka emitirana pod pravim kutom na pravac njenog GIBANJA i natrag k izvoru svjetlosti, trebala stići do izvora ranije, nego zraka emitirana u pravcu GIBANJA Zemlje suprotno od njenoga gibanja i odbijena natrag k izvoru svjetlosti. Svi pokušaji da se ustanovi neka razlika bili su bezuspješni.

Pokušaji da se objasni negativan rezultat Michelsonovog eksperimenta, a da se pri tome ne odbaci hipoteza o postojanju etera, doživjeli su neuspjeh.

Pravilno objašnjenje Michelsonovog eksperimenta uz odbacivanje hipoteze o postojanju etera dao je Einstein u svojoj teoriji relativnosti.

Einsteinova relativistička mehanika ima dva dijela:

- specijalnu teoriju relativnosti, koja proučava pojave u inercijalnim sustavima referencije;
- opću teoriju relativnosti koja proučava pojave u općim sustavima referencije.

## 4.5 SPECIJALNA TEORIJA RELATIVNOSTI

Einstein je 1905. godine formulirao specijalnu teoriju relativnosti. Dajući joj atribut “relativistička” želio je naglasiti ono bitno što je novo u odnosu na Newtonovu mehaniku.

Specijalna teorija relativnosti (fizička teorija prostora i vremena) zasniva se na dva postulata:

- *principu relativnosti i*
- *jednakosti brzine svjetlosti,*

koji vrijede u svim inercijalnim sustavima referencije.

- *Princip relativnosti*

U osnovi klasične mehanike leže Newtonovi zakoni:

1. zakon inercije
2. zakon gibanja tijela pod djelovanjem sile
3. zakon akcije i reakcije.

Pojmovi položaja, brzine, energije itd. relativni su pojmovi i podvrgnuti su mehaničkom principu relativnosti ili Galilejevom principu relativnosti.

Mehanička relativnost je uvjetovana izborom sustava referencije, koji može biti vezan za bilo koje tijelo: Zemlju, Sunce, vlak, stol itd. Ako sjedimo u vlaku koji se giba u odnosu na zemlju, možemo reći da se gibamo naspram Zemlje, a da naspram vlaka mirujemo. Ako je Zemlja referentni sustav, onda mirujemo. Jedan te isti proces, naše sjedenje u vlaku, odvija se različito u raznim referentnim sustavima.

Sustavi referencije u kojima je zadovoljen prvi Newtonov zakon <sup>1</sup> nazivaju se inercijalnim sustavima referencije. To su svi oni sustavi referencije koji se naspram uočenog sustava gibaju pravocrtno i jednoliko.

Sva tri Newtonova zakona predstavljaju cjelinu i kao takvi susreću se istovremeno u nekom prirodnom procesu. Oni vrijede samo u inercijalnim sustavima referencije Tako na primjer ako se sustav referencije ubrzava u odnosu na tijelo, u odnosu na taj sustav ima ubrzanje, dakle promjenu količine gibanja, ono “osjeća” silu i ako nikakvo drugo tijelo na njega ne djeluje. Kako je sila po definiciji određena djelovanjem drugih tijela na uočeno tijelo, vidimo da drugi Newtonov zakon ne vrijedi u neinercijalnom sustavu referencije. Naime, u neinercijalnom sustavu referencije tijelo se ubrzava, i ako nema međudjelovanja s drugim tijelima.

---

<sup>1</sup> “Svako tijelo ostaje u stanju mirovanja ili jednolikoga gibanja po pravcu sve dok se pod djelovanjem vanjskih sila to stanje ne promijeni.”

*Prostor i vrijeme*

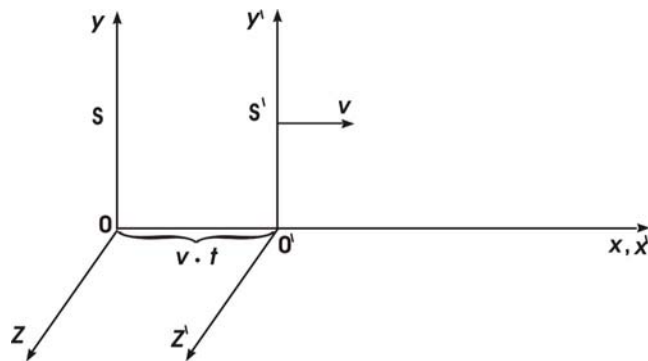
S pojmom gibanja usko su povezani pojmovi prostora i vremena. U klasičnoj mehanici prostor i vrijeme se razmatraju neovisno jedan o drugom. Newton je smatrao da postoji apsolutni prostor i apsolutno vrijeme. To znači da je vrijeme isto, a objekti imaju apsolutnu veličinu u svim sustavima referencije. Ta tvrdnja je u proturječnosti s Einsteinovim principom konstantnosti brzine svjetlosti u svim sustavima referencije.

U relativističkoj teoriji svi su pojmovi i procesi u prirodi, dakle i prostor i vrijeme, relativni, i to je ono bitno novo u odnosu na relativističku klasičnu mehaniku.

Princip konstantnosti brzine svjetlosti, u svim inercijalnim sustavima referencije, bez obzira na to u kakvom se oni međusobnom gibanju nalaze, pokusno je potvrđen.

**4.6 GALILEJEVE I LORENTZOVE TRANSFORMACIJE**

Promatramo dva inercijalna sustava referencije S i S'. Neka se sustav S giba konstantnom brzinom  $v$  u odnosu na sustav S'. Smjer GIBANJA neka se poklapa s osi  $x$  (sl. 3.2).



Slika 4.2 Sustavi referencije

Neka su u sustavu S koordinate nekog događaja  $(x, y, z, t)$ , a u sustavu S'  $(x', y', z', t')$ .

U klasičnoj fizici  $t=t'$ . Ako se u trenutku  $t=t'=0$  točke 0 i 0' poklapaju, onda među koordinatama sustava S i S' postoji veza

$$\begin{aligned} x &= x' + vt' = x' + vt \\ y &= y', \quad z = z', \quad t = t' \end{aligned} \tag{4.10}$$

Skup jednadžbi (3.10) predstavlja Galilejeve transformacije. Svi zakoni Newtonove mehanike, koji proizlaze iz zakona inercije, vrijede u svim Galilejevim sustavima. U Galilejevim transformacijama sadržana je relativnost klasične mehanike, koja se može formulirati na sljedeći način:



Svi Galilejevi sustavi referencije ekvivalentni su za formuliranje zakona mehanike, tj. svi zakoni Newtonove mehanike su invarijantni u odnosu na Galilejeve transformacije.

Iz Galilejevih transformacija proizlazi zakon o zbrajanju brzina (ako nađemo njihovu derivaciju po vremenu)

$$v_x = v'_x + v, \quad v_y = v'_y, \quad v_z = v'_z \quad (4.11)$$

Klasični zakon zbrajanja brzina je u proturječnosti sa usvojenim principom konstantnosti brzine svjetlosti.

Ako se u sustavu  $S'$  uzme da je  $v'_x = c$ , onda se prema prethodnom zakonu dobiva

$$v'_x = c$$

tj. brzina koja je veća od brzine svjetlosti  $c$ .

Znači da se Galilejeve transformacije moraju zamijeniti novim transformacijama koje daju vezu između koordinata i vremena u dva sustava koji se nalaze u pravocrtnom ravnomjernom gibanju jedan u odnosu na drugi, u kojemu će biti sadržana konstantnost brzine svjetlosti.

Između koordinata i vremena dvaju sustava moraju postojati linearne transformacije. Linearnost je nužna da bi prostor ostao homogen i izotropan, npr. kvadratna ovisnost bi značila da jednim duljinama na osi  $x$  ne odgovaraju iste duljine na osi  $x'$ .

Međusobne veze koordinata i vremena su općenito dane linearnim funkcijama

$$\begin{aligned} x' &= kx + lt \\ t' &= mx + t \end{aligned} \quad (4.12)$$

gdje su  $k$ ,  $l$ ,  $m$  i  $n$  koeficijenti, čije vrijednosti treba odrediti, da bi se dobile relacije za prijelaz iz jednog u drugi sustav referencije.

Kada se provede odgovarajući postupak, dobivaju se te nove transformacije (LORENTZOVE) koje glase

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad y = y', \quad z = z', \quad t = \frac{t' + \frac{v}{c^2} x'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

i obratno

$$x' = \frac{x + vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \frac{t + \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (4.13)$$

Za  $v \ll c$  Lorentzove transformacije prelaze u Galilejeve.

Za  $v > c$  izrazi postaju imaginarni, što znači da je veća brzina od brzine svjetlosti  $c$  u prirodi nemoguća.

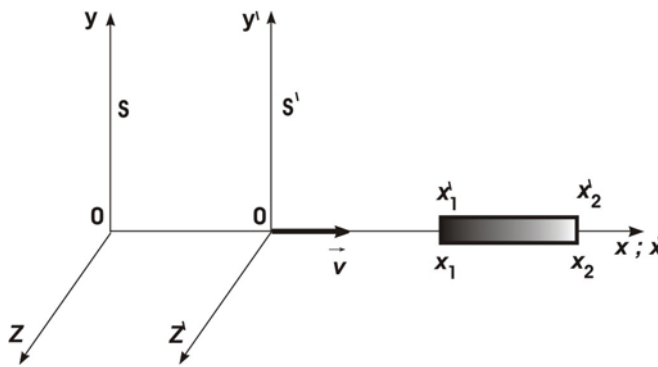
Lorentzove transformacije ne predstavljaju formalno matematičko sredstvo, nego izražavaju objektivna svojstva prostora i vremena.

## 4.7 POSLJEDICE LORENTZOVIH TRANSFORMACIJA

Iz Lorentzovih transformacija slijedi niz posljedica koje su neobične s gledišta klasične mehanike.

### a) Duljina tijela u raznim sustavima

Promatramo kruti štاپ koji je postavljen uzduž  $x$ -osi sustava  $S$ , a miruje u odnosu na sustav  $S'$ . Njegova duljina u sustavu  $S'$  je  $l_0 = x_2' - x_1'$  gdje su  $x_1'$  i  $x_2'$ , koordinate početka i kraja štapa u trenutku  $t'$  (slika 3.3).



Slika 4.3 Duljina tijela u dvama referentnim sustavima

U odnosu na sustav  $S$  štاپ se giba brzinom  $v$ .

U sustavu  $S$  početna koordinata štapa je  $x_1$ , a krajnja  $x_2$  u jednom istom trenutku  $t_1 = t_2 = t$ . Njihova razlika  $l = x_2 - x_1$  daje duljinu štapa u sustavu  $S$ . Na osnovi Lorentzovih transformacija može se naći veza između duljine štapa  $l_0$  u sustavu  $S'$  i duljine štapa  $l$  u sustavu  $S$ , ako se napiše

$$x'_1 = \frac{x_1 - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad x'_2 = \frac{x_2 - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

dobiva se

$$x'_2 - x'_1 = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}; \quad l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Na taj način duljina štapa  $l$ , izmjerena u sustavu u odnosu na koji se on giba, manja je od duljine  $l_0$ , koja je izmjerena u sustavu  $S$ , u odnosu na koji štap miruje. Može se zaključiti: Tijelo koje se giba smanjuje svoje dimenzije proporcionalno brzini gibanja.

**Ta pojava naziva se kontrakcija duljine.**

#### b) Trajanje događaja u različitim sustavima

Neka se u točki, koja je nepokretna u odnosu na sustav  $S'$ , zbiva događaj čije je vremensko trajanje  $\Delta t_0 = t'_2 - t'_1$ . Početku tog događaja u sustavu  $S'$  odgovara koordinata  $x'_1 = a$  u trenutku  $t'_1$ , na kraju događaja koordinata  $x'_2 = a$  u trenutku  $t'_2$ .

U sustavu  $S$  točka u kojoj se zbiva događaj pomiče se. Prema Lorentzovim transakcijama početak i kraj događaja u sustavu  $S$  se u trenucima

$$t_1 = \frac{t'_1 + \frac{v}{c^2}a}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad t_2 = \frac{t'_2 + \frac{v}{c^2}a}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Odakle je

$$t_2 - t_1 = \frac{t'_2 - t'_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad \Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

To znači da je  $\Delta t > \Delta t_0$ , odnosno da vrijeme u sustavu koji se giba sporije prolazi od vremena u sustavu koji miruje. Ili. da sat koji se giba radi sporije od sata koji miruje (to je pokusno provjereno).

c) Slaganje brzina.

Neka se sustav  $S'$  giba brzinom  $v$  u odnosu na sustav  $S$ . Položaj točkaka u sustavu  $S$  u svakom trenutku  $t$  određen je koordinatama  $(x, y, z)$ . Brzina točke u smjeru  $x$ -osi je  $v_x = dx/dt$

Na osnovi Lorentzovih transformacija, može se pisati

$$dx = \frac{dx' + v dt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad dt = \frac{dt' + \frac{v}{c^2} dx'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Podijelimo li ta dva izraza, uzimajući u obzir vrijednosti za  $v_x$  i  $v_x'$  dobivamo transformacijsku formulu za brzinu pri prijelazu iz jednog sustava referencije u drugi, u obliku

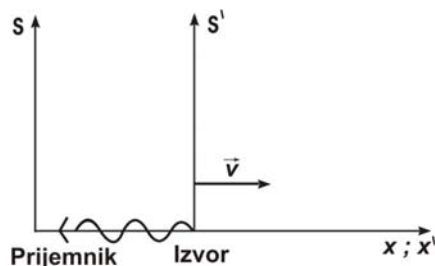
$$v_x = \frac{v_x' + v}{1 + \frac{v v_x'}{c^2}} \quad (4.14)$$

U slučaju da je  $v \ll c$  prethodni izraz prelazi u klasični izraz zbrajanja brzina  $v_x = v + v_x'$ .

Ako se uzme da je  $v_x = c$ , tada je prema relaciji (3.14) ukupna brzina jednaka  $c$ , što potvrđuje Einsteinovu postavku da ne postoji brzina veća od brzine svjetlosti.

#### 4.8 DOPPLEROV EFEKT U OPTICI

U akustici se promjena frekvencije uvjetovana Dopplerovim efektom određuje s pomoću brzina gibanja izvora i prijemnika u odnosu na sredinu koja je nositelj zvučnih valova.



Slika 4.4 Shema Dopplerovog učinka

Kod svjetlosnih valova također postoji Dopplerov efekt, ali kako ne postoji specijalna sredina koja bi bila nositelj elektromagnetskih valova, Dopplerova promjena

frekvencije svjetlosnih valova određuje se samo relativnom brzinom izvora i prijemnika (sl.3.4).

Jednadžba ravnoga svjetlosnog vala što ga kojeg emitira izvor prema prijemniku u sustavu S ima oblik

$$E(x'+t') = A' \cos \left[ \omega' \left( t' + \frac{x'}{c} \right) + \alpha' \right] \quad \text{u } S'$$

gdje je  $\omega'$  frekvencija vala kojom titra izvor vala,  $\alpha'$  početna faza, a  $c$  – brzina svjetlosti.

Sukladno principu relativnosti, svi prirodni zakoni imaju isti oblik u svim inercijalnim sastavima referencije. U sustavu S val je opisan jednadžbom

$$E(x+t) = A \cos \left[ \omega \left( t + \frac{x}{c} \right) + \alpha \right] \quad \text{u } S \quad (4.15)$$

gdje je  $\omega$  - frekvencija koju prima prijemnik. Može se podesiti da  $\alpha = \alpha'$  i  $A = A'$  iz početnih uvjeta.

Prema Lorentzovim transformacijama pređemo s koordinata  $x'$  i  $t'$  na  $x$  i  $t$  u pravoj jednadžbi, pa dobivamo

$$E(x,t) = A' \cos \left[ \omega' \left( \frac{t - \frac{v}{c^2} x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} + \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right) + \alpha' \right]$$

odnosno

$$E(x,t) = A' \cos \left[ \omega' \frac{1 - \frac{v}{c}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \left( t + \frac{x}{c} \right) + \alpha' \right] \quad (4.16)$$

Jednadžba (3.16.) opisuje u sustavu S isti val koji opisuje jednadžba (3.15). Zbog toga treba biti ispunjeno

$$\omega = \omega' \frac{1 - \frac{v}{c}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \omega' \frac{\sqrt{(1 - \frac{v}{c})(1 - \frac{v}{c})}}{\sqrt{(1 - \frac{v}{c})(1 + \frac{v}{c})}}$$

$$\omega = \omega' \frac{\sqrt{1 - \frac{v}{c}}}{\sqrt{1 + \frac{v}{c}}}$$

odnosno

$$f = f' \frac{\sqrt{1 - \frac{v}{c}}}{\sqrt{1 + \frac{v}{c}}} \quad (4.17)$$

Pri udaljavanju izvora  $v > 0$ ,  $f < f'$ , a

Pri približavanju izvora  $v < 0$ ,  $f > f'$ .

#### 4.9 RELATIVISTIČKA DINAMIKA

Vidjeli smo da Galilejeve transformacije, u odnosu na koje su invarijantni zakoni klasične mehanike, predstavljaju specijalan slučaj ( $v \ll c$ ) Lorentzovih transformacija što znači da zakoni klasične mehanike, isto tako, predstavljaju specijalan slučaj općih zakona koji su invarijantni u odnosu na Lorentzove transformacije.

Opći oblik II. Newtonova zakona, koji je invarijantan u odnosu na Lorentzove transformacije, ima oblik

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{m \vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right) = \vec{F} \quad (4.18)$$

gdje je

$m_0$  – masa tijela u stanju mirovanja

$v$  – brzina GIBANJA tijela

$F$  – sila koja djeluje na tijelo

Ako ga usporedimo d klasičnim zakonom

$$\frac{d \vec{p}}{dt} = \vec{F}$$

gdje je  $\vec{p} = m \vec{v}$ , impuls tijela, dobivamo relativistički izraz za impuls

$$\vec{p} = \frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (4.19)$$

a odavde dalje slijedi da je masa, kao koeficijent proporcionalnosti između impulsa i brzine, jednaka

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (4.20)$$

gdje je  $m$  masa tijela, koje se giba brzinom  $\vec{v}$ .

Ta promjena mase zbog brzine pokusno je izmjerena. Potpuna energija tijela u relativističkoj teoriji dana je izrazom

$$E_{tot} = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (4.21)$$

Iz relacije (3.21) slijedi da tijelo u stanju mirovanja ( $v=0$ ) ima energiju

$$E_0 = m_0 c^2$$

koja se naziva energija mirovanja tijela.

U slučaju malih brzina  $v \ll c$ , relacija (3.21) može se pisati u obliku

$$E_{tot} = \frac{m_0 c^2}{1 - \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2}} \approx m_0 c^2 \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} \right) = m_0 c^2 + \frac{m_0 v^2}{2}$$

Ako definiramo kinetičku energiju  $E_k$  kao razliku  $E_{tot} - E_0$ , iz prethodnih relacije dobivamo klasični izraz za kinetičku energiju

$$E_k = \frac{m_0 v^2}{2}$$

Uzimajući u obzir vezu između mase u stanju GIBANJA i mirovanja, izraz za totalnu energiju možemo pisati

$$E_{tot} = mc^2 \quad (4.22)$$

Oдавде slijedi da su masa i energija tijela proporcionalne.

Promjena mase  $\Delta m$  izaziva promjenu energije  $\Delta E$ , koja je jednaka

$$\Delta E = \Delta mc^2$$

i obratno, promjena energije  $\Delta E$  izaziva promjenu mase  $\Delta m$

$$\Delta m = \frac{\Delta E}{c^2}$$

Ta tvrdnja je poznata pod zakonom uzajamne proporcionalnosti ili povezanosti mase i energije.

Ako iz relacija (3.19) i (3.21) eliminiramo  $v$ , dobiva se

$$E_{tot} = c\sqrt{p^2 + m_0^2 c^2} \quad (4.23)$$

Odgovarajući klasični izraz ima oblik  $E = p^2/2m$ .

Specijalna teorija relativnosti daje zadovoljavajuće rezultate u sustavima referencije koji izvode pravocrtnim i ravnomjerna gibanja, tj. u tzv. inercijskim sustavima.

Međutim, u slučaju ubrzanih sustava, bilo da rotiraju ili su podvrgnuti vanjskim silama, prethodni zakoni ne vrijede.

Zbog toga je Einstein, da bi obuhvatio i te slučajeve, postavio princip nove teorije koja se naziva OPĆA TEORIJA RELATIVNOSTI.

Teorija relativnosti, zahtijevala je reviziju mnogih ustaljenih predodžbi o vremenu i prostoru.

Može se reći: "Tvar nestaje, što znači da nestaje samo ona granica do koje mi poznajemo materiju do danas. Naše znanje ide dalje, nestaju ona svojstva materije koja su se ranije činila apsolutnim, nepromjenljivim i prvotnim (neprobojnost, inercija, masa itd.) i koja se sada otkrivaju kao relativna, svojstvena samo nekim stanjima tvari, jer jedino "svojstvo" materije, s čijim je poznavanjem vezan filozofski tvarizam jest svojstvo da je ona objektivna realnost, da postoji izvan naše svijesti."



## 4.10 OSNOVNE IDEJE OPĆE TEORIJE RELATIVNOSTI

Opću teoriju relativnosti, zapravo, teoriju o sili gravitacije, Einstein je formulirao 1915. godine. Njena pokusna potvrda 1919. godine, na osnovi savijanja svjetlosnih zraka koje prolaze pored Sunca, učinila je teoriju i Einsteina općepriznatim i poznatim.

Opća teorija relativnosti zasnovana je na dva principa:

- princip opće relativnosti
- princip ekvivalentnosti.

Kažimo nešto više o tim principima.

Princip opće relativnosti je, na prvi pogled, vrlo jednostavan. On ukazuje na to da su prirodni zakoni isti za svakoga u svemiru.

Uklanjanjem apsolutnog prostora nestaju iz fizike i inercijalni sustavi kao privilegirani referentni sustavi. Smisao onda ima samo relativno gibanje i fizički zakoni to trebaju odražavati. Ako jednu pojavu promatramo iz nekog sustav referencije, ta ista pojava gledana iz drugoga referentnog sustava, koji se giba proizvoljno spram prvog, može izgledati drugačije. Ali, ista pojava u ovom drugom referentnom sustavu izgledat će kao i prije u prvom ako se ostvare isti početni uvjeti u drugom sustavu.

To je zbog toga što fizikalni smisao imaju samo relativna gibanja. Budući da uvijek istom jednadžbom opisujemo danu pojavu bez obzira na početne uvjete, slijedi da ta jednadžba mora biti ista u oba sustava. U odnosu na fizikalne zakone uopće to znači da su svi sustavi referencije ravnopravni, i to u smislu da opisivanje pojava može biti prikazano istim jednadžbama iz ma kojeg sustava. To je smisao općeg principa relativnosti. I ako je opći princip relativnosti na prvi pogled jednostavan i skoro razumljiv sam po sebi, njegove posljedice su se pokazale dalekosežne kad su bile razrađene.

Princip ekvivalentnosti koristi proporcionalnost gravitacijskih i inertne mase. Efekti koji se pojavljuju pri ubravanju mase ekvivalentni su efektima koje izaziva gravitacijsko polje, a to znači da su svojstva prostora i vremena ista u polju gravitacije i ubrzavajućem sustavu.

To se može ilustrirati primjerom. Kada se nalazimo u dizalu koji upravo polazi gore, osjećamo kao da smo pritisnuti uz pod tj. kao da smo odjednom postali teži, što se može izmjeriti podnom vagom. Konstatirat ćemo da gibanje dizala utječe na stanje vage, efekt je sličan sili teže.

Zamislimo da smo dizalo odnijeli daleko izvan zemlje i od ma čega drugog što bi moglo izazvati gravitacijsku silu. Ako bi dizalo krenulo gore, osoba koja u dizalu stoji na vagi osjećala bi se pritisnuta na podu i vidjela bi da vaga pokazuje neku "težinu". Brzina dizala se može podesiti da vaga pokazuje "težinu" identičnu onoj koju bi osoba imala da se nalazi na površini zemlje. Za promatrača u dizalu efekti ubrzanja i efekti gravitacije ne

bi se razlikovali. To pokazuje da su prirodni zakoni (posebno zakoni gravitacije) isti za nekog na zemlji i za nekog tko je ubrzan.

Vidjeli smo da u specijalnoj teoriji relativnosti smatramo prostor homogenim i izotropnim.

Geometrijska svojstva homogenog i izotropnog prostora opisuju se Euklidovom teorijom. Pokazuje se da je u neinercijalnom sustavu (npr. ubrzavajućem sustavu) duljina odsječka  $\Delta x'$  manja nego u sustavu gdje odsječak  $\Delta x$  miruje tj.

$$\Delta x' = \Delta x \sqrt{1 - \frac{2ax}{c^2}} \quad (4.24)$$

gdje je  $a$  ubrzanje sustava.

Slično je za vrijeme:

$$\Delta t' = \Delta t \sqrt{1 - \frac{2ax}{c^2}} \quad (4.25)$$

Vidimo da duljina odreska ovisi o  $x$  tj. o tome na kojemu mjestu u prostoru se nalazi.

To znači da u neinercijalnom sustavu prostor nije homogen i izotropan pa se pojave u njemu ne mogu opisivati Euklidovom geometrijom.

Ideja o mogućnosti postojanja neeuklidske geometrije potekla je od ruskog matematičara Lobačevskog (1826.g).

On je pokazao da je geometrija realnog prostora neeuklidska i da se Euklidova geometrija pojavljuje kao njen poseban slučaj. U neeuklidskom prostoru najkraće udaljenje između dviju točkaka nije prava crta nego neka krivulja koju nazivamo "geodetskom krivuljom".

Postavke Lobačevskog o neeuklidskom obilježju svemira u potpunosti su potvrđene općom teorijom relativnosti.

Svako gibanje tijela u gravitacijskom polju po Einsteinu smatra se slobodnim gibanjem. Prisutnost masa manifestira se zakrivljenošću prostora. Slobodno gibanje tijela u takvom prostoru odvija se po zakrivljenim putanjama s promjenljivim brzinama (pokusno potvrđeno).

## 4.11 GEOMETRIJSKA OPTIKA

Vidjeli smo da je svjetlost valno-korpuskularne prirode, što znači da za njeno ponašanje vrijede zakoni valnoga GIBANJA. Međutim, velik broj optičkih pojava može se aproksimativno analizirati polazeći od pojma svjetlosna zraka. Pod svjetlosnim zrakama razumijevaju se prave crte koje su normalne na valovite površine. Svjetlosne zrake se podčinjavaju poznatim zakonima: pravocrtnog širenja, uzajamne neovisnosti, odbijanja i loma. Dio optike koji se zasniva na svjetlosnim zrakama naziva se geometrijska ili zračna optika. Pri korištenju zakona geometrijske optike, ne smije se zaboraviti da su oni samo aproksimativni zakoni, i čim se dođe u oblast valnih duljina svjetlosti, oni postaju neprimjenjivi tj. prelazi se u oblast takozvane valne ili fizičke optike.

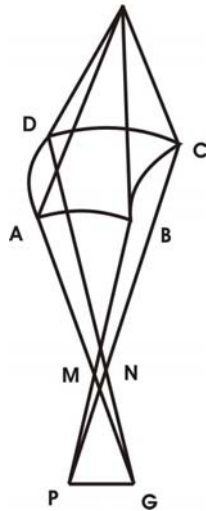
### 4.11.1 Osnovni pojmovi

Skup zraka čini snop. Ako se zrake snopa sijeku u jednoj točki, snop se naziva HOMOCENTRIČAN. Homocentričnom snopu zraka odgovara sferna valovita površina. Specijalni slučaj homocentričnog snopa je skup paralelnih zraka čija je valna površina ravnina.

Ako se nakon odbijanja i loma homocentričan snop transformira u snop koji također konvergira u jednu točku, onda ta točka predstavlja lik svijetle točke iz koje izvire homocentričani snop. Takvi likovi nazivaju se točkasti ili STIGMATIČNI. Zbog reverzibilnosti svjetlosnih zraka lik možemo smatrati kao izvor a izvor kao lik. Zbog toga se centri homocentričnih snopova dobiveni preslikavanjem nazivaju konjugirane točke tog sustava.

Ako zbog odbijanja i loma snop gubi homocentričnost, onda njegova valna površina nije sfera. Stigmatičnost lika se gubi, tj. točka se ne preslikava u točku. Na slici 3.5. prikazan je primjer svjetlosnog snopa kome odgovara valna površina dvostruke zakrivljenosti ABCD. Presjek zraka poslije loma na toj površini se ne nalazi u jednoj točki već u skupu točaka koje su raspoređene na dva uzajamno okomita pravolinijska odsječaka MN i PQ. Takav snop zraka naziva se ASTIGMATIČAN. Udaljenost između odsječaka naziva se astigmatična razlika.

Glavni zadatak geometrijske optike je ispunjavanje uvjeta koji će omogućiti da pri preslikavanju homocentričan snop i dalje ostaje homocentričan, tj. da lik dobiven preslikavanjem bude vjeran predmetu.

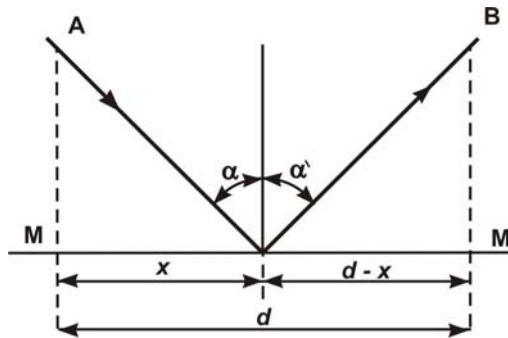


Slika 4.5 Astigmatični snop

## 4.12 REFLEKSIJA

### FERMATOV PRINCIP REFLEKSIJE

Najvažniji zakoni geometrijskih optika mogu se izvesti iz Fermatovog principa. U mnogim slučajevima svjetlost ide od jedne točke do druge putem za koji je potrebno najkraće vrijeme. Neka svjetlost, koja dolazi iz točke A pada na ravnu površinu MM, a od nje se reflektira u točku B (sl. 3.6).



Slika 4.6 Fermatov princip refleksije

Kutovi  $\alpha$  i  $\alpha'$  su kutovi upada i refleksije. Udaljenosti točaka A i B od odbojne ravni označimo sa a i b. Tada je duljina  $s$  geometrijskog puta od A do B jednaka

$$s = \sqrt{a^2 + x^2} + \sqrt{b^2 + (d-x)^2} \quad (4.26)$$

Prema Fermatovu principu derivacija  $S$  po  $x$ , treba biti jednaka 0

$$\frac{ds}{dx} = \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{a^2 + x^2}} 2x + \frac{1}{2} \frac{2(d-x)(-1)}{\sqrt{b^2 + (d-x)^2}} \quad (4.27)$$

Odatle se dobiva

$$\frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}} = \frac{d-x}{\sqrt{b^2 + (d-x)^2}} \quad (4.28)$$

Iz konstrukcije (sl.3.6), slijedi da je to ekvivalentno iznosu

$$\sin \alpha = \sin \alpha'$$

odnosno da je

$$\alpha = \alpha' \quad (4.29)$$

Taj izraz nazivamo prvim zakom refleksije. Upadni kut jednak je kutu refleksije. Drugi zakon refleksije kaže da će upadna zraka, reflektirana zraka i normala u točki refleksije ležati u istoj ravnini.

#### 4.13 REFRAKCIJA (LOM SVJETLOSTI)

##### FERMATOV PRINCIP LOMA

Neka  $A$  bude početna, a  $B$  krajnja točka zrake svjetlosti, koja se lomi kroz površinu  $MM$ . Ponovo, svjetlost ide kroz točku  $P$ , putem koje zahtijeva najkraće vrijeme. Udaljenosti točaka  $A$  i  $B$  od ravnine  $MM$  označene su sa  $a$  i  $b$ . (sl. 3.7). Totalna duljina puta  $L$ , od  $A$  do  $B$  je

$$L = \sqrt{a^2 + x^2} + \sqrt{b^2 + (d-x)^2} \quad (4.30)$$

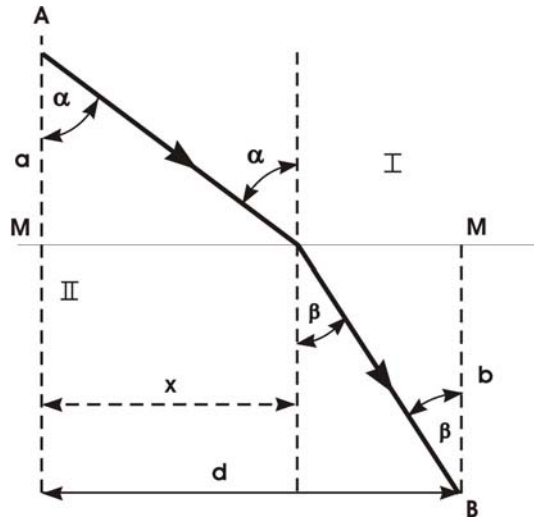
Vrijeme, potrebno da se prijeđe taj put je

$$t = \frac{\sqrt{a^2 + x^2}}{v_1} + \frac{\sqrt{b^2 + (d-x)^2}}{v_2} \quad (4.31)$$

gdje su  $v_1$  i  $v_2$  brzine svjetlosti u sredini 1 i 2.

Uvjet minimuma vremena dobije se kada se derivacija funkcije (3.32) izjednači s nulom

$$\frac{dt}{dx} = 0 = \frac{x}{v_1 \sqrt{a^2 + x^2}} - \frac{d-x}{v_2 \sqrt{b^2 + (d-x)^2}} \quad (4.32)$$



Slika 4.7 Fermatov princip loma

Temeljem slike 3.7 slijedi, da se jednačba (3.32) može napisati u obliku

$$\frac{\sin \alpha}{v_1} - \frac{\sin \beta}{v_2} = 0$$

odnosno

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\frac{c}{v_1}}{\frac{c}{v_2}} \quad (4.33)$$

gdje je  $c$  brzina svjetlosti u slobodnom prostoru.

Iz (3.33.) slijedi

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1} \quad (4.34)$$

Ta relacija naziva se Snellov zakon loma. Omjer  $\sin \alpha / \sin \beta$  naziva se **indeks loma** druge sredine u odnosu na prvu. Ako je indeks loma prve sredine jedinica (za vakuum), indeks loma druge sredine jednak je apsolutnom indeksu loma.

Indeksi loma nekoliko tipičnih sredina dani su u tablici 3.1.

Kao i kod refleksije, ovdje postoje dva zakona: (1) Snellov zakon i (2) tvrdnju da upadna zraka, lomljena zraka i normala na granicu sredine u točki upada, leže u istoj ravnini.

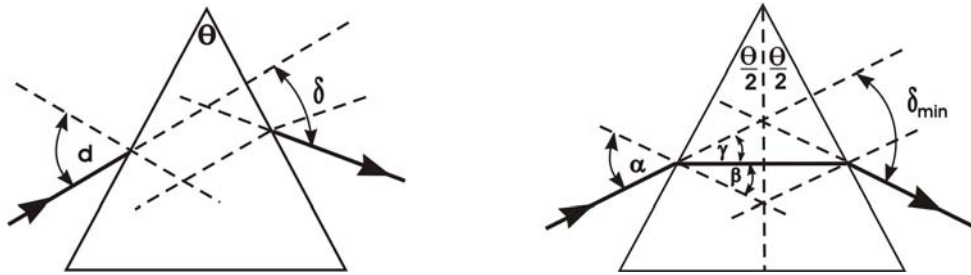
**Tablica 4.1** Indeks loma nekih tvari (Za Na D liniju;  $\lambda = 589 \text{ nm}$ )

TVAR	n
VAKUUUM	1.000000
ZRAK	1.000292
VODA	1.3336
STAKLO (KRUNSKO)	1.523
STAKLO (FLINT)	1.62
CO <sub>2</sub>	1.64
DIJAMANTDIJA	2.42

#### 4.14 PRELAMANJE KROZ PRIZMU

Optička prizma, u nekom od svojih mnogobrojnih oblika, predstavlja jedan od najvažnijih objekata geometrijske optike.

Razmotrimo prelamanje svjetlosne zrake kroz prizmu, izgrađenu od prozirne tvari indeksa loma  $n$ . Neka je kut prizme  $\theta$ , a sredina koja okružuje prizmu zrak. Upadni kut svjetlosne zrake s normalom u upadnoj točki na bočnoj strani prizme, označimo s  $\alpha$ . Poslije loma, zraka dolazi na drugu bočnu stranu prizme gdje se ponovno prelama (sl. 35a). Kut koji zaklapa pravac ulazne zrake i pravac izlazne zrake poslije prolaska kroz prizmu, naziva se kut devijacije  $\delta$ . Lako se pokazuje da zraka ima minimalni kut devijacije  $\delta_{\min}$  kad simetrično prelazi kroz prizmu (sl. 3.8,b).



Slika 4.8 Prelamanje kroz prizmu

Sa slike 3.8,b možemo zaključiti da je

$$\beta = \frac{\theta}{2} - \text{kao kutovi s uzajamno normalnim kracima}$$

$$\gamma = \frac{\delta_{\min}}{2} - \text{na osnovi veze među vanjskim i unutrnjim kutovima u trokutu}$$

$$\alpha = \beta + \gamma = \frac{\theta + \delta_{\min}}{2}$$

kao unakrsni kutovi

Iz zakona loma slijedi

$$\sin \alpha = n \sin \beta$$

a uvrštavanjem gornjih vrijednosti i sređivanjem dobiva se

$$n = \frac{\sin \frac{\theta + \delta_{\min}}{2}}{\sin \frac{\theta}{2}} \quad (4.35)$$

Ako je kut prizme mali, mali je i kut devijacije, pa u tom slučaju možemo sinuse zamijeniti njihovim kutovima. Tada iz relacije (3.35) dobivamo relaciju važnu za praksu.

$$\delta_{\min} = (n - 1)\theta \quad (4.36)$$

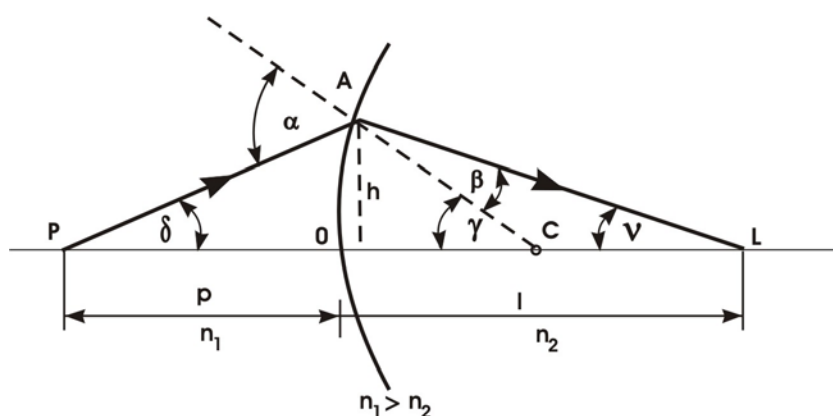
#### 4.15 PRELAMANJE NA SFERNOJ GRANICI

U osnovi svih primjena geometrijske optike su zakoni loma i odbijanja. Te zakone smo proučili u vezi s ravnom graničnom površinom. Vrlo važan i čest slučaj je prelamanje na sfernoj granici.



Neka su dvije sredine indeksa loma  $n_1$  i  $n_2$  (pri  $n_2 > n_1$ ) razdvojene sfernom površinom radijusa krivine  $R$  s centrom u točki  $C$ . Pravac koji prolazi kroz centar krivine  $C$  i točku  $O$  naziva se os sustava. Točka  $O$  naziva se tjemena granične površine. Razmotrimo prolaz homocentričnog snopa kroz tu površinu, i to samo njegovih zraka koje oblikuju s optičkom osi male kutove. Takve zrake nazivaju se PARAKSIJALNIM zrakama.

Izdvojimo jednu paraksijalnu zraku koja polazi od predmeta  $P$  i pada na sfernu graničnu površinu u točki  $A$ , prelama se na njoj i presijeca optičku os u točki  $L$ . Za točku  $L$  kažemo da je lik predmeta  $P$  (sl. 3.9).



Slika 4.9 Prelamanje na sfernoj površini

Pravac  $AC$  predstavlja normalu na graničnu površinu, a kutovi  $\alpha$  i  $\beta$  su upadni kut i kut loma koji zraka gradi sa normalom. Označimo sa  $\delta$  i  $\nu$  kutove koje zraka zaklapa s osi sustava prije i poslije loma, a sa  $\gamma$  kut koji normala na graničnu površinu u točki  $A$  zaklapa s osi sustava.

Prema zakonu loma na ravnoj graničnoj površini, možemo pisati

$$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta \quad (4.37)$$

S obzirom na to da je promatrani znak PARAKSIJALAN, možemo sinuse zamijeniti vrijednostima kutova, pa iz (3.37) dobivamo

$$n_1 \approx n_2 \beta \quad (4.38)$$

Iz trokuta  $\Delta PAC$  slijedi da je  $\alpha = \delta + \gamma$ , a iz trokuta  $\Delta ACL$ , da je  $\beta = \gamma - \nu$ .

Zamjenjujući vrijednosti za  $\alpha$  i  $\beta$  u relaciji (3.38), dobivamo

$$n_1(\delta + \gamma) = n_2(\gamma - \nu) \quad (4.39)$$

Ako obilježimo sa  $p$  i  $l$  udaljenost predmeta  $P$  i lika  $L$  od tjemena granične površine  $O$ , tj.  $PO = p$  i  $OL = l$ , a sa  $h$  duljinu normale spuštene iz točke  $A$  na optičku os  $OC$ , možemo u razmatranoj aprosimaciji pisati da je

$$\delta = \frac{h}{p}; \quad \gamma = \frac{h}{R}; \quad v = \frac{h}{l} \quad (4.40)$$

Zamjenjujući u relaciji (3.39.) kutove  $\delta$ ,  $\gamma$  i  $v$  vrijednostima iz (3.40.) i skraćivanjem sa  $h$ , poslije sređivanja dobivamo

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{l} = \frac{n_2 - n_1}{R} \quad (4.41)$$

Relacija (3.41) predstavlja zakon loma na sfernoj graničnoj površini radijusa  $R$  među sredinama indeksa loma  $n_1$  i  $n_2$ , i jedna je od najvažnijih u geometrijskoj optici. Ona ima opće značenje za prelamanje svjetlosti kroz sfernu površinu, uz prihvaćenu konvenciju o znacima. Udaljenost virtualnih veličina uzimaju se kao negativne, a  $l$  i polumjer krivina za slučaj divergentnosti.

Veličina

$$\frac{n_2 - n_1}{R} = D$$

naziva se optička moć (jačina) granične sferne površine. Ona karakterizira graničnu sposobnost površine i karakteristična je za dane sredine i danu prijelomnu površinu.

Zrake koji zaklapaju veće kutove  $\delta$  s optičkom osi, poslije loma neće se sjeći u jednoj točki, što znači da će snop prestati biti homocentričan i točkasti predmet neće dati točkasti lik. Ako se i dalje ograničimo na paraksijalne zrake i promatramo snop zraka paralelnih s optičkom osi, tj. zraka koje dolaze do predmeta koji se nalazi u beskonačnosti, što znači da je  $p = \infty$ , poslije loma zrake tog snopa će prolaziti kroz jednu točku, koju nazivamo drugim glavnim žarištem (fokusom)  $F_2$  sferne granične površine, a udaljenost  $OF_2 = f_2$  drugim glavnim žarištem daljine granične površine (sl. 3.10). Očito je da je  $f_2 = l$ , pri  $p = \infty$

Ako te vrijednosti uvrstimo u relaciju (3.41) dobivamo

$$f_2 = \frac{n_2}{n_2 - n_1} R \quad (4.42)$$

Obrnuto, ako uzmemo da je lik u beskonačnosti (iscrtkane crte na slici 310) tj.  $l = \infty$ , dobivamo za  $p = f_1$ , iz relacije (3.41) da je

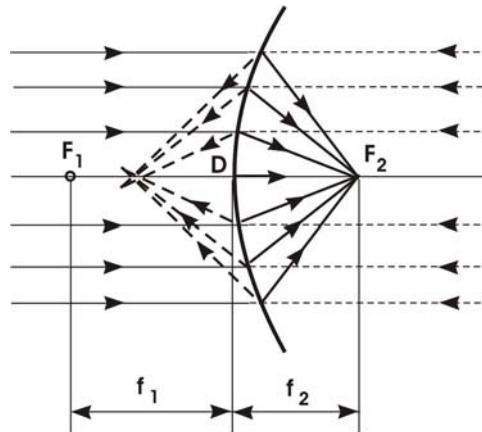
$$f_1 = \frac{n_1}{n_2 - n_1} R \quad (4.43)$$

Veličina  $f_1$  naziva se prva glavna žarišna daljina granične površine, a odgovarajuća žarište  $F_1$  prvo glavno žarište granične površine.

Iz omjera relacija (3.42) i (3.43) dobivamo

$$\frac{f_2}{f_1} = \frac{n_2}{n_1} \quad (4.44)$$

što znači da su glavne žarišne daljine proporcionalne indeksima loma sredine u kojima se nalaze.



Slika 4.10 Glavne žice

Ako jednadžbu (3.41.) podijelimo sa  $(n_2 - n_1)/R$ , i iskoristimo relacije (3.42) i (3.43), dobivamo

$$\frac{f_1}{p} + \frac{f_2}{l} = 1 \quad (4.45)$$

Ako udaljenost  $p$  i  $l$  izrazimo kao

$$p = f_1 + x_1; \quad l = f_2 + x_2$$

gdje su  $x_1$  i  $x_2$  udaljenosti predmeta P i lika L od žarišta  $F_1$  i  $F_2$ , i uvrstimo u jednadžbu (3.45) dobivamo da je

$$f_1 f_2 = x_1 x_2 \quad (4.46)$$

Relacija (3.46) naziva se Newtonova formula za graničnu sfernu površinu. Jednadžbe (3.41), (3.45) i (3.46) u potpunosti su ekvivalentne jedna drugoj. Svaka od njih omogućava da se prema položaju točkastog predmeta nađe njegov lik.

U slučaju da svjetlosne zrake, koje padaju na sfernu površinu radijusa  $R$ , doživljavaju potpuno regularno odbijanje, takvu površinu nazivamo sfernim ogledalom. Stavljajući u relaciju (3.41) da je  $n_2 = -n_1$ , ona prelazi u oblik

$$\frac{1}{p} - \frac{1}{l} = -\frac{2}{R} \quad (4.47)$$

što predstavlja jednadžbu konveksnog (ispupčenog) sfernog ogledala (uz apsolutne vrijednosti  $p$ ,  $l$  i  $R$ ).

Odgovarajuća jednadžba za konkavna sferna ogledala glasi

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{l} = \frac{2}{R} \quad (4.48)$$

U slučaju kada je  $R = \infty$ , dobivamo ravno ogledalo, a prema jednadžbi (3.48) slijedi da je

$$l = -p \quad (4.49)$$

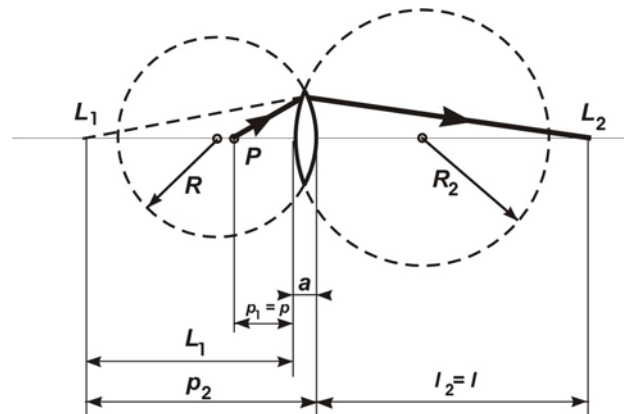
Kako je daljina predmeta  $p$  uvijek pozitivna (predmet je realan), slijedi da je  $l < 0$ , znači lik kod ravnog ogledala je virtualan i nalazi se na istom rastojanju iza ogledala na kome je predmet ispred ogledala.

Jednadžba (3.48) predstavlja opću jednadžbu za sferna ogledala uz hprivacenu konveksiju tj. za konveksna (divergentna) sferna ogledala uvijek se uzima da je  $R < 0$  i  $l < 0$  (jer se kod njih uvijek dobiva virtualan lik), a za konkavna (konvergentna) sferna ogledala da je  $R < 0$  i  $l < 0$  (što ovisi o položaju predmeta u odnosu na žarište ogledala).

## 4.16 OPTIČKA LEĆA

Jednostavna optička leća je sustav od dviju sfernih površina. Ako se udaljenost između njihovih tjemena može zanemariti u odnosu na dimenzije leće takvu leću nazivamo tankom, za razliku od deblje leće gdje to udaljenost nije zanemarivo u odnosu na dimenzije leće.

Pri prolasku svjetlosnih zraka kroz leću dolazi prvo do njihovog loma na prvoj graničnoj površini, pri ulasku zraka u leću, a zatim na drugoj graničnoj površini, pri izlasku zraka iz leće. Svim veličinama koje se odnose na prvu graničnu površinu pridružiti ćemo indeks  $1$ , a onima koje se odnose na drugu graničnu površinu indeks  $2$ .



Slika 4.11 Optička leća

Označimo sa  $n$  indeks loma od koga je napravljena leća, a sa  $n_0$  indeks loma sredine u kojoj se nalazi leća.

Primijenimo zakon loma relacija (3.41), na prvu graničnu površinu, pa dobivamo

$$\frac{n_0}{p_1} - \frac{n}{l_1} = \frac{n - n_0}{R_1} \quad (4.50)$$

Znak minus pred drugim članom, u gornjoj relaciji, dolazi zbog toga što se dobiva virtualni lik. Za drugu graničnu površinu ovaj virtualni lik predstavlja predmet. Što znači da je  $p_2 = l_1$ . Konstrukcija lika takvog izvora, dobivenog prelamanjem njegovih zraka na drugoj graničnoj površini, daje konačan lik dobiven prelamanjem kroz leću, na rastojanju  $l_2$  (vidi sliku 3.11).

Za drugu graničnu površinu, zakon loma glasi

$$\frac{n_0}{p_2} + \frac{n}{l_2} = \frac{n_0 - n}{-R_2} \quad (4.51)$$

(Znak minus pred  $R_2$  uzima se jer je to konkavna površina.)

Zbir relacija (3.50) i (3.51), uz uvjet da je  $p_2 = p_1$ , daje

$$\frac{n_0}{p_1} + \frac{n_0}{l_2} = (n - n_0) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

Kako predmet na rastojanju  $p_1 = p$  poslije preslikavanja daje lik na rastojanju  $l_2 = l$ , možemo pisati

$$n_0 \left( \frac{1}{p} + \frac{1}{l} \right) = (n - n_0) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (4.52)$$

Specijalno za leće koje se nalaze u zraku  $n_0 = 1$  relacija (3.52) glasi

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{l} = (n-1) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad 4.53)$$

gdje su  $R_1$  i  $R_2$  algebarske vrijednosti polumjera krivine sfernih površina koje grade leću.

Za konveksne površine  $R > 0$ , a za konkavne  $R < 0$ .

Za danu leću desna strana u relaciji (3.53.) je konstantna veličina i predstavlja optičku jačinu leće  $D$  tj.

$$D = (n-1) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

Recipročna vrijednost optičke jačine je žarišna daljina leće, tj.

$$f = \frac{1}{D} = \left[ (n-1) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \right]^{-1} \quad 4.54)$$

Ako se žarišna daljina izrazi u metrima, optička jačina leće se dobiva u dioptrijama.

Kako je  $n > 1$ , to znak optičke jačine (i žarišne daljine) ovisi od znaka veličine  $\left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$ . Ta veličina je pozitivna za sabirne (konvergentne) leće pa je kod njih i  $D > 0$  i  $f > 0$ , dok je za rasipne (divergentne) leće ta veličina negativna pa je i  $D < 0$  i  $f < 0$ . Zato se često sabirne leće nazivaju pozitivnim, a rasipne leće negativnim.

Koristeći relaciju (3.54) možemo na osnovi relacije (3.53) pisati

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{l} = \frac{1}{f} \quad 4.55)$$

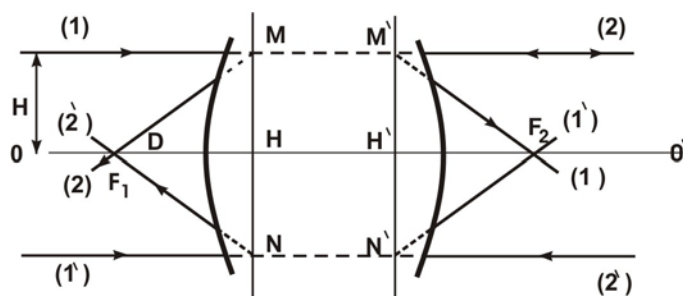
uz napomenu da se za sabirne leće uzima  $f > 0$ , a za rasipne  $f < 0$ .

## 4.17 CENTRIRANI OPTIČKI SUSTAV

U praktičnoj primjeni, kod složenih optičkih instrumenata, najčešće se koristimo skupom graničnih i odbojnih površina s ciljem postizanja što boljih uvjeta preslikavanja. Ako su te sferne površine s centrima na istoj pravoj, obično optičkoj osi, onda takav sustav nazivamo centriranim.

U slučaju idealnoga centriranog sustava homocentrični snop će nakon prolaska kroz njega ostati homocentričan.

Općenito, svojstva sustava mogu se utvrditi bez detaljnog razmatranja prolaska svjetlosti zraka kroz cijeli sustav i zato ga prikazujemo samo s pomoću vanjskih graničnih površina (slika 3.12).



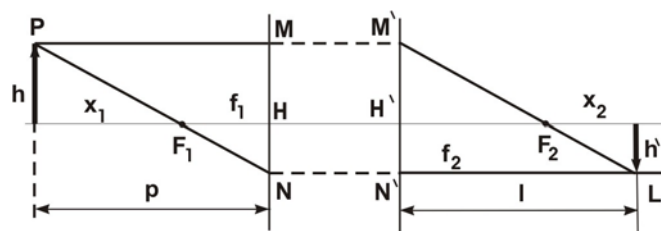
Slika 4.12 Centrirani optički sustav

Zrake koje idu slijeva nadesno (1), paralelno s optičkom osi, sijeku se u točki  $F_2$  koja leži na optičkoj osi i naziva se drugo žarište (fokus) sustava. Ono predstavlja točku koja je konjugirana beskonačno udaljenoj točki u prostoru koja leži na optičkoj osi sustava. Analogno, zrake koje dolaze, zdesna nalijevo (2), paralelno s optičkom osi sustava, sijeku se u točki  $F_1$  koja se naziva prvo žarište sustava.

Zraka (1) koja se nalazi na rastojanju  $h$  od optičke osi sustava  $00'$ , nakon loma prolazi kroz drugo žarište sustava  $F_2$ . Svaka zraka koja prolazi kroz prvo žarište sustava  $F_1$  dat će nakon loma zraku paralelnu optičkoj osi sustava. Udaljenost između zrake (2) i optičke osi  $00'$  ovisit će o nagibnom kutu  $\alpha$  koji ta zraka zatvara sa os  $00'$ .

Uvijek je moguće izabrati takav kut  $\alpha$  da udaljenost zraka (2) od osi  $00'$  bude  $h$ . U tom slučaju produžeci zraka (1) i (2) na lijevoj strani sustava sijeku se u točki  $M$ , a na desnoj strani u točki  $M'$ . Ako kroz točku  $M$  i  $M'$  povučemo ravni, normalne na optičku os sustava  $00'$ , te ravni nazivaju se glavnim ravninama optičkog sustava. A točke  $H$  i  $H'$ , presjeka glavnih ravnina sa optičkom osi  $00'$ , glavnim točkama sustava.

Ako su poznati položaji glavnih ravnina i žarište sustava, tada se za dani položaj predmeta može naći položaj lika koji daje SUSTAV, kako je prikazano na slici 3.13.



Slika 4.13 Shema optičkog sustava

Iz trokuta  $\Delta F_1 HN$  i  $\Delta PNM$ , slijedi da je

$$\frac{f_1}{p} = \frac{\overline{HN}}{\overline{NM}}$$

a iz trokuta  $\Delta F_2 N' M'$  i  $\Delta LM' N'$  slijedi

$$\frac{f_2}{l} = \frac{\overline{M' H'}}{\overline{M' N'}}$$

Ako zbrojimo ta dva omjera i uzmemo u obzir da je  $\overline{MN} = \overline{M' N'}$  i  $\overline{M' H'} + \overline{NH} = \overline{MN}$ , dobiva se

$$\frac{f_1}{p} + \frac{f_2}{l} = 1 \quad (4.56)$$

što omogućava da prema danom položaju predmeta uz poznate  $f_1$  i  $f_2$  odredimo položaj lika.

Kako je, prema slici 3.13,  $p = f_1 + x_1$  i  $l = f_2 + x_2$  iz relacije (3.56) dobiva se

$$x_1 x_2 = f_1 f_2 \quad (4.57)$$

Relacije (3.56) i (3.57) predstavljaju jednadžbe centriranog optičkog sustava.

#### 4.18 UVEĆANJE OPTIČKOG SUSTAVA

Omjer linearnih dimenzija lika ( $h'$ ) i predmeta ( $h$ ) naziva se linearno ili poprečno uvećanje sustava. Ako ga označimo sa  $\beta$ , možemo, prema definiciji, pisati

$$\beta = \frac{h'}{h} \quad (4.58)$$

Sa slike 3.13 se vidi da se omjer  $h'/h$  može napisati kao

$$\frac{h'}{h} = \frac{f_1}{x_1} \quad \text{ili} \quad \frac{h'}{h} = \frac{x_2}{f_2} \quad (4.59)$$

pa za linearno uvećanje možemo pisati

$$\beta = \frac{f_1}{x_1} = \frac{x_2}{f_2} \quad (4.60)$$

Relacija (3.59) upućuje na činjenicu da linearno uvećanje ne ovisi o veličini predmeta  $h$ . Zbog toga će lik ravnog predmeta koji je okomit na optičku os biti sličan predmetu.



Naprotiv, lik predmeta koji je produljen duž optičke osi neće biti sličan predmetu, što proizlazi iz ovisnosti linearnog uvećanja od  $x_1$ , odnosno  $x_2$ .

Kako je to čest slučaj, za razmatranje takvog svojstva sustava, uvodi se uzdužno uvećanje  $\alpha$ , koje pokazuje omjer duljina lika  $dx_2$  i duljine predmeta  $dx_1$ , smještenog duž optičke osi, tj.

$$\alpha = \frac{dx_2}{dx_1}$$

Deriviranjem jednadžbe (3.57), dobiva se

$$x_1 dx_2 + x_2 dx_1 = 0 \quad \text{tj;} \quad \frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{x_2}{x_1} \quad (4.61)$$

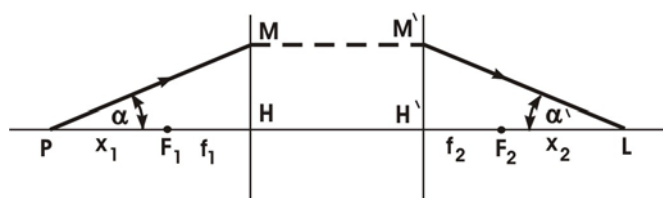
Uzimajući u obzir relacije (3.57), (3.60) i (3.61) možemo pisati

$$\alpha = -\frac{f_2}{f_1} \left( \frac{x_2}{f_2} \right) \left( \frac{f_1}{x_1} \right) = -\frac{f_2}{f_1} \beta^2 \quad (4.62)$$

Relacija (3.62) daje vezu između uzdužnog i poprečnog uvećanja. Uzdužno uvećanje karakterizira oštrinu lika preslikanog predmeta na ravnom ekranu.

Omjer tangensa kutova  $\alpha$  i  $\alpha'$  koje oblikuju konjugirane zrake s optičkom osi sustava, naziva se kutno uvećanje sustava (slika 3.14), a obilježava se sa  $\gamma$ . Prema definiciji možemo pisati

$$\gamma = \frac{\text{tg } \alpha'}{\text{tg } \alpha} \quad (4.63)$$



Slika 4.14 Shema optičkog sustava

Sa slike 3.14 se vidi da je

$$\tan \alpha = \frac{\overline{MH}}{x_1 + f_1}; \quad \tan \alpha' = \frac{\overline{M'H'}}{x_2 + f_2} \quad (4.64)$$

uz  $\overline{MH} = \overline{M'H'}$ , jednadžbu (3.63) možemo pisati

$$\gamma = \frac{x_1 + f_1}{x_2 + f_2}$$

Uz sukladnost s relacijom (3.57) nakon sređivanja, dobivamo

$$\gamma = \frac{x_1}{f_2} = \frac{f_1}{x_2} \quad (4.65)$$

Ako proširimo izraz (3.64) možemo pisati

$$\gamma = \frac{f_1}{f_2} \frac{x_1}{f_1}$$

a s obzirom na relaciju (3.57) dobiva se

$$\gamma = \frac{f_1}{f_2} \frac{1}{\beta}$$

Na kraju, produkt relacija (3.65) i (3.62) daje

$$\alpha\gamma = \beta \quad (4.66)$$

što predstavlja vezu između svih triju vidova uvećanja.

#### 4.19 NEDOSTACI OPTIČKIH SUSTAV

Izveli smo niz relativno jednostavnih zakona geometrijske optike pod pretpostavkom:

1. da su svjetlosne zrake paraksijalne
2. da homocentrični snop poslije loma ostaje homocentričan
3. da sredina ima konstantan indeks loma za sve zrake.

U praksi se koriste široki svjetlosni snopovi polikromatske svjetlosti koji s optičkom osi zatvaraju znatne kutove. Zbog toga pri preslikavanju kroz optičke sustave nastaju različite deformacije likova. Odstupanja lika dobivenog preslikavanjem od lika predviđenog teorijskim razmatranjem o preslikavanju nazivaju se **ABERACIJE** (nedostaci) optičkog sustava.

Razmotrimo osnovne aberacije optičkih sustava:

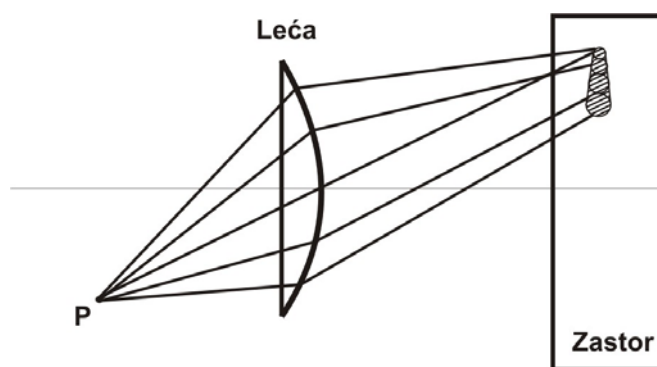
- **SFERNA ABERACIJA.**

Nastaje zbog različitog stupnja loma svjetlosnih zraka na krajevima i srednjem dijelu leća. Kao rezultat toga lik svijetle točke dobiva se na zaklonu u obliku rasplinute mrlje. Taj nedostatak kod optičkih sustava naziva se sferna aberacija.

Kombinacijom rasipnih i sabirnih leća različitih indeksa loma može se gotovo potpuno otkloniti.

- KOMA.

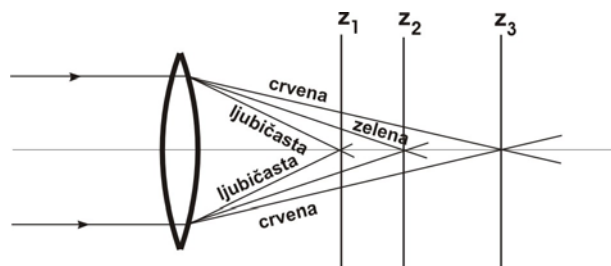
Nastaje kada se točkasti predmet nalazi izvan optičke osi sustava. U tom slučaju lik svijetle točke ima oblik istegnute nesimetrične mrlje. Naziv potječe od grčke riječi koja označuje zarez, oblik kometa i sl. Formiranje kome prikazano je na slici 3.15. Snop zraka svjetlosti izbio je iz točkastog predmeta smještenog izvan osi sustava. Nakon loma, kroz leću, centralna zraka stvara točkasti lik na zaslonu. No, druge zrake neće više stvarati točkasti lik, već oblik izdužene kružnice, pri čemu najveću deformaciju lika pri preslikavanju daju periferne zrake. Konačan lik koji se dobije ima oblik kometa. Koma se otklanja kombinacijom divergentnih i konvergentnih leća.



Slika 4.15 Formiranje kome

- KROMATIČNA ABERACIJA.

Pri prelasku polikromatske svjetlosti kroz optički sustav (čak i paraksijalnih zraka) dolazi do pojave disperzije (razlaganje svjetlosti). Rezultat toga da se zrake različitih boja skupljaju u različitim točkama (slika 3.15). Razne vrste tvari imaju različitu disperzijsku moć, njihovom kombinacijom može se ta aberacija potpuno ukloniti. Optički sustavi kod kojih su otklonjene sferna i kromatična aberacija nazivaju se **aplanati**.



Slika 4.16 Primjer hromatične aberacije

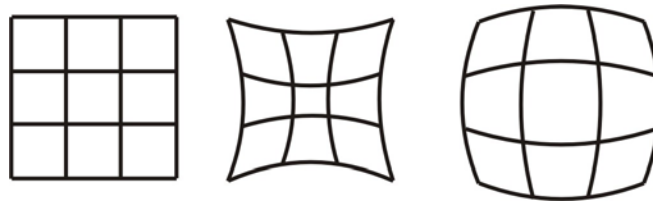
- **ASTIGMATIZAM.**

Lik točkastog predmeta ima oblik dvaju uzajamno okomitih pravocrtnih odsječaka, tj. postaje astigmatičan (slika 3.16). Astigmatizam se otklanja odabiranjem radijusa krivina i optičkih moći granične površine.

Optički sustav kod kojeg je osim sferne i kromatične aberacije otklonjen i astigmatizam naziva se anastigmat.

- **DISTORZIJA LIKOVA.**

Distorzijom se naziva deformacija likova koja je izražena različitim poprečnim uvećanjem u raznim točkama vidnog polja. Na primjer, preslikavanjem kvadrata dobiva se izvitopereni ili bačvasti oblik lika (sl. 3.17)



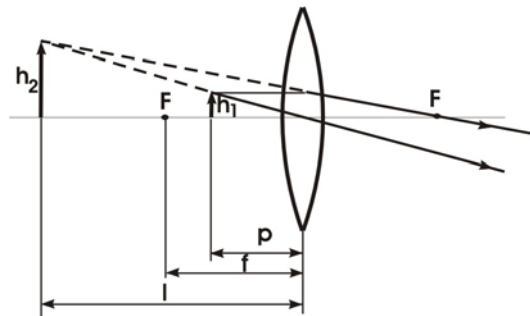
Slika 4.17 Primjer distorzije likova

Da bi se otklonile istovremeno sve napomenute aberacije treba formirati veoma složene optičke sustave. Zato se u praksi otklanjaju oni nedostaci koji su naročito štetni za ciljeve za koje je namijenjen optički sustav.

## 4.20 OPTIČKI INSTRUMENTI

Pod optičkim instrumentima razumijeva se kombinacija optičkih sustava, ogledala, dijafragmi i ostalih dijelova. Njihova konstrukcija i namjena su vrlo složene i raznolike, počevši od običnog povećala, preko fotografskog aparata, raznih dalekozora pa sve do elektronskog mikroskopa. Svi imaju zajednički zadatak da daju što jasnije likove predmeta koji se s pomoću njih preslikavaju.

**POVEĆALO.** Najjednostavniji optički instrument sastoji se obično od jedne sabirne leće male žarišne daljine i naziva se povećalo (sl. 3.18). Promatrani predmet  $h_1$ , postavlja se na malu udaljenost od leće,  $p < f$ . U tom slučaju dobiva se uspravan uvećan virtualan lik  $h_2$ .



Slika 4.18 Lupa

Položaj povećala bira se tako da se drži u neposrednoj blizini oka, tako da je približno udaljenost oka od lika jednako  $l$ . Oko bez povećala najjasnije vidi na daljini jasnog vida a to je za normalno oko 20 – 25 cm.

Uvećanje optičkih instrumenata definira se kao omjer tangensa kuta pod kojim se vidi predmet kroz optički instrument i tangensa kuta pod kojim se vidi predmet bez optičkog instrumenta.

Tangens kuta pod kojim se vidi predmet kroz povećalo je  $\text{tg } \phi = h_2/l$ , a tangens kuta pod kojim se vidi predmet bez povećala je  $\text{tg } \theta = h_1/s$ . Po definiciji, uvećanje je jednako

$$u = \frac{\text{tg } \phi}{\text{tg } \theta} = \frac{h_2}{h_1} \frac{s}{l} \quad (4.67)$$

Kako je sa slike 3.16  $h_2/h_1 = 1/p$ , to iz relacije (3.67) dobiva se

$$u = \frac{s}{p} \quad (4.68)$$

Napišimo jednadžbu leće za promatrani slučaj ( $l > 0$ )

$$\frac{1}{p} - \frac{1}{l} = \frac{1}{f}, \quad \text{odnosno,} \quad \frac{1}{p} = \frac{1}{f} + \frac{1}{l}$$

Uvrštavanjem te vrijednosti u (3.68) dobiva se

$$u = s \left( \frac{1}{f} + \frac{1}{l} \right) \quad (4.69)$$

Kako se lik može nalaziti ma gdje između  $l = s$  i  $l = \infty$ , to znači da je uvećanje leće u granicama

$$u = \frac{s}{l} + l \quad \text{i} \quad u = \frac{s}{f} \quad (4.70)$$

Vidi se da je uvećanje to veće, što je  $f$  manje.

Najveće povećanje koje se postiže povećalom je približno 25 puta. Za postizanje većih povećanja, do 2000 puta služe optički mikroskopi, a za još veće uvećanje elektronski mikroskopi. Granice povećanja, kako ćemo kasnije vidjeti, nisu uvjetovane tehničkim razlozima, već pojavom difrakcije svjetlosti.

## 4.21 FIZIKALNA ILI VALNA OPTIKA

Elektromagnetska teorija svjetlosti utvrdila je jednakost svjetlosnih valova s elektromagnetskim valovima u slobodnom prostoru.

Elektromagnetska teorija svjetlosti u suvremenoj fizičkoj terminologiji predstavlja klasičnu (nekvantnu) teoriju polja. Ona pravilno opisuje mnoge optičke pojave. Zato ćemo razmatrati osnovna svojstva svjetlosti u kojima se ona pojavljuje kao elektromagnetski val.

*Elektromagnetski val će se pojaviti ako u nekoj točki prostora postoji ubrzano gibanje električnog naboja.* Oko njega će se pojaviti promjenljivo električno polje. Zahvaljujući indukciji, ono izaziva u njezinoj okolini promjenljivo magnetsko polje. Promjenljivo elektromagnetsko polje, se širi u okolni prostor određenom brzinom. Taj prostor širenja elektromagnetskog polja predstavlja elektromagnetski val. Širenje elektromagnetskog vala opisano je u vezi s homogenim dielektrikom Maxwellovim jednadžbama. To su vektorske diferencijalne jednadžbe, pa ćemo mi promatrati specijalni slučaj. Uzmimo monokromatski elektromagnetski val, u koordinatnom sustavu  $x, y, z$ , da se smjer vektora intenziteta električnog polja  $\vec{E}$  podudara s  $y$  osi. To znači da su njegove komponente

$$E = E_y; \quad E_x = 0; \quad E_z = 0$$

Iz Maxwellovih jednadžbi u tom slučaju slijedi da su komponente vektora magnetskog polja  $\vec{H}$

$$H = H_z; H_x = 0; H_y = 0$$

Iz takvog zaključujemo da je vektor električnog polja  $\vec{E}$  normalan na vektor magnetskog polja  $\vec{H}$ , i da su oni normalni na pravac širenja vala.

Ako izostavimo indekse  $x$  i  $z$ , u promatranom slučaju Maxwellove jednadžbe prelaze u oblik

$$\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} - \frac{c^2}{\epsilon_0 \mu_0} \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = 0 \quad \text{i} \quad \frac{\partial^2 H}{\partial t^2} - \frac{c^2}{\epsilon_0 \mu_0} \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} = 0 \quad (4.71)$$

što je u zapravo već poznat oblik valne jednadžbe (vidi 1.64), gdje je  $c$  – brzina elektromagnetskih valova u vakuumu, a  $\epsilon$  i  $\mu$  dielektrična i magnetska permeabilnost sredine.

Rješenje jednadžbe (3.71) je oblika

$$E = E_0 \sin \omega \left( t \pm \frac{x}{v} \right) \quad (4.72)$$

što predstavlja ravni monokromatski val koji se širi u pravcu  $x$  osi, uz uvjet da je

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \quad (4.73)$$

gdje je  $v$  fazna brzina vala u pravcu osi  $x$ .

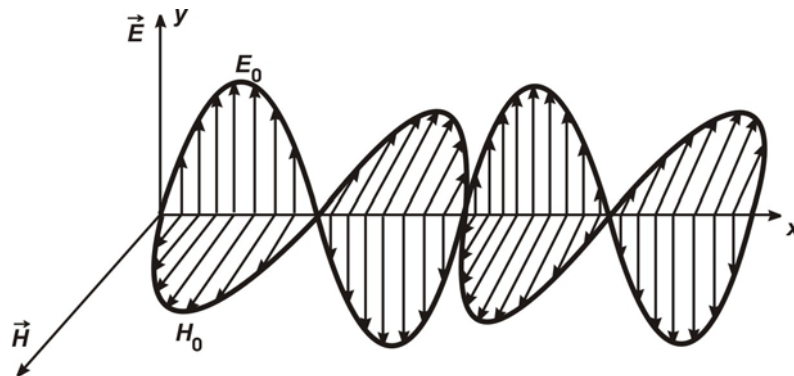
U vakuumu je  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2}$ ,  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Js}^2 \text{ C}^{-2} \text{ m}^{-1}$  pa iz (3.73.) slijedi da je  $v = c$ , tj. brzina elektromagnetskih valova u vakuumu jednaka je  $c$ .

Kako je  $n = c$  (apsolutni indeks loma) iz (3.73) dobivamo  $n = \sqrt{\epsilon\mu}$ .

Analogno iz (3.71) dobivamo

$$H = H_0 \sin \left( t \pm \frac{x}{v} \right)$$

što znači da električno i magnetsko polje titraju s jednakim fazama i istovremeno dosežu maksimalne i minimalne vrijednosti. Na slici 3.19, je prikaz jednog elektromagnetskog vala.



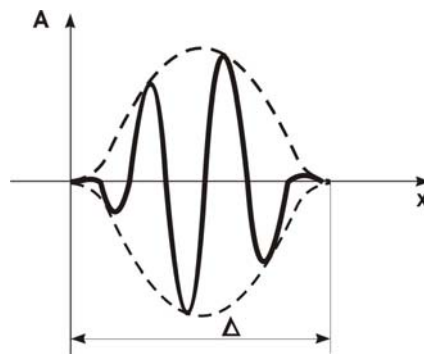
Slika 4.19 Elektromagnetski val

## 4.22 GRUPNA BRZINA

Fazna brzina kod monokromatskih valova (valova fiksne frekvencije) određuje brzinu prenošenja energije. Energija je proporcionalna kvadratu amplitude, a kako se amplituda širi faznom brzinom  $v_f = \lambda / T = \omega / k$ , to se i energija širi istom brzinom.

Monokromatski val je idealiziran slučaj. To je sinusoida neograničena u vremenu i prostoru.

Nijedan prirodni proces ne traje neograničeno dugo u vremenu i nije protegnut na cijeli prostor. Obično se susreću procesi koji se događaju u određenom dijelu prostora i koji traju samo neko vrijeme. Jedan primjer je na slici 3.20.



Slika 4.20 Valni paket

Takav oblik pobuđene sredine naziva se valnim paketom. Da bi se ostvario jedan takav proces, kao na slici 3.20, potrebno je imati velik broj različitih monokromatskih valova. Ako označimo valnu funkciju valnog paketa  $\psi(x,t)$ , onda se općenito može pisati



$$\psi(x, t) = \sum_i A_i \sin \left[ \omega_i \left( t - \frac{x}{v_i} \right) + \varphi_i \right] \quad (4.74)$$

Izborom koeficijenata  $A_i$ , frekvencije  $\omega_i$  i početne faza  $\varphi_i$  moguće je, kako se analitički strogo dokazuje, odrediti gotovo svaka funkcija stanja  $\psi(x, t)$ .

Jasno je da je impuls, odnosno energija, što je nos valni paket koncentrirana u području širine  $\Delta$ . Budući da svaki od valova koji izgrađuje valni paket ima općenito govoreći, različite fazne brzine, nameće se pitanje kojom brzinom se širi energija koju posjeduje valni paket. Prvo se uočava da u slobodnom prostoru brzina svjetlosti ima jedinstvenu brzinu za sve valne duljine. Zatim, da je brzina širenja energije jednaka toj istoj faznoj brzini i da se oblik funkcije  $\psi(x, t)$  ne mijenja s vremenom. U stvarnom mediju fazna brzina širenja valova ovisi o valnoj duljini, kažemo da postoji disperzija, a to znači da komponente različitih valnih duljina u snopu bijele svjetlosti imaju različite brzine, što izaziva promjenu oblika valne funkcije. Ako disperzija nije velika, onda ni ta promjena nije velika. Brzina širenja energije u svakom slučaju određena je brzinom širenja amplitude. Možemo je naći tako da uočimo neku, npr. maksimalnu vrijednost amplitude iz područja  $\Delta$ , i pratimo njeno pomicanje. Brzina širenja amplitude valnog paketa predstavlja ono što nazivamo brzinom grupe valova, odnosno **grupnom brzinom**.

Da bismo odredili izraz za grupnu brzinu, pretpostavimo radi jednostavnosti, da postoje dva monokromatska vala jednakih amplituda čije se frekvencije  $\omega_1$  i  $\omega_2$  neznatno razlikuju od neke frekvencije  $\omega_0$  tj.

$$\omega_1 = \omega_0 + \Delta\omega \quad \text{i} \quad \omega_2 = \omega_0 - \Delta\omega$$

odnosno

$$k_1 = k_0 + \Delta k \quad \text{i} \quad k_2 = k_0 - \Delta k$$

Valni paket dobivamo kao zbroj tih valova tj.

$$\psi(x, t) = A \sin(\omega_1 t - k_1 x) + A \sin(\omega_2 t - k_2 x)$$

Zbrajanjem dobivamo

$$\psi(x, t) = B \sin(\omega_0 t - k_0 x)$$

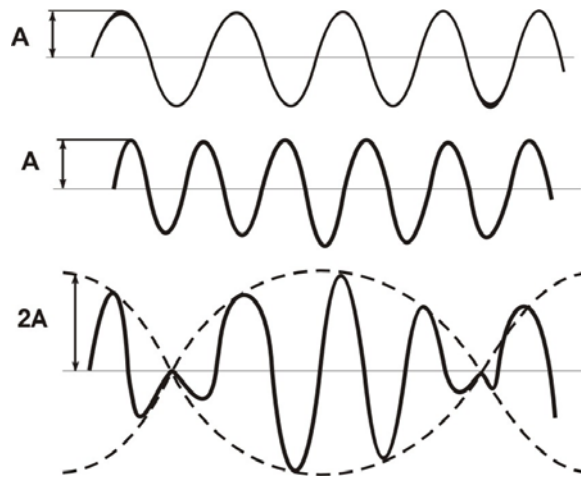
gdje je

$$B = 2A \cos(\Delta\omega t - \Delta k x)$$

amplituda valnog paketa, nastalog zbrajanjem dvaju monokromatskih valova. Amplituda  $B$  je periodična funkcija vremena i prostora koja se mijenja polako u odnosu na promjenu sinusne funkcije (sl. 3.21.a).

Amplituda  $B$  se giba u prostoru. Njena brzina predstavlja grupnu brzinu. Da bismo odredili grupnu brzinu, nađimo gdje se nalaze mjesta konstantne amplitude.

$$\Delta\omega t - \Delta k x = \text{konst.}$$



Slika 4.21 Valni paketi od dva monokromatska vala

Ako deriviramo taj izraz, dobivamo

$$\Delta\omega t - \Delta k dt = 0$$

odnosno

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\Delta\omega}{\Delta k} \equiv v_g \quad (4.75)$$

U graničnom slučaju za grupnu brzinu dobivamo

$$v_g = \frac{d\omega}{dk}$$

Kako je fazna brzina  $v_f = \frac{\omega}{k}$  i dobiva se

$$v_g = \frac{d(v_f k)}{dk}$$

odnosno

$$v_g = v_f + k \frac{dv_f}{dk} \quad (4.76)$$

Pređimo sa  $k$  na  $\lambda$ , u relaciji (3.76) ( $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ ), pa dobiva se

$$v_g = v_f - \lambda \frac{dv_f}{d\lambda} \quad (4.77)$$

Iz relacije (3.77) slijedi da je grupna brzina manja od fazne brzine njegovih pojedinih komponenata.

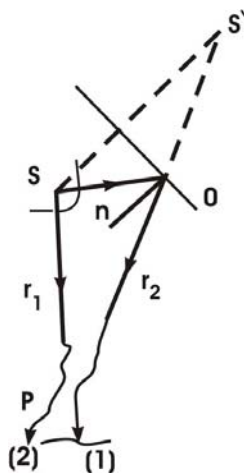
## 4.23 INTERFERENCIJA SVJETLOSTI

Sve što je rečeno o interferenciji kod valnoga gibanja važi i za svjetlosne valove. Na osnovi tih razmatranja trebalo bi očekivati da se pri osvjetljivanju neke površine, istovremeno s nekoliko svjetlosnih izvora, kao rezultat interferencije na njoj pojavi interferencije slika s karakterističnim svijetlim i tamnim poljima. Međutim, pokusi i svakidašnje iskustvo ukazuju na to da do te pojave ne dolazi. To se objašnjava činjenicom da se interferencija kod svjetlosti može ostvariti samo pod posebnim uvjetima i s koherentnim svjetlosnim izvorima.

Dva ili više različitih prirodnih svjetlosnih izvora nikada ne mogu dati koherentnu svjetlost. To će biti lako razumljivo ako se podsjetimo da je svjetlosni val rezultat kvantnih procesa u atomima od kojih je izvor izgrađen. Zračenje jednog atoma traje oko  $10^{-8}$  s. Istovremeno zrači više atoma, a ta zračenja se slažu u jedinstven svjetlosni val. Svaka druga kombinacija atoma i njihovih pobuda daje drugi svjetlosni val. Zato je praktično nemoguće dobiti dva stvarna koherentna svjetlosna izvora.

Postoji niz postupaka za umjetno dobivanje koherentnih izvora. Najjednostavniji postupak prikazan je na slici 3.22.

Koherentni svjetlosni valovi (1) i (2), polazeći od točkastog izvora S, različitim putovima dolaze na isto mjesto u točku P. Izgleda kao da je val (2) došao iz izvora S' koji predstavlja lik izvora S u ogledalu O.



Slika 4.22 Postupak za dobivanje koherentnih vala

Neka je geometrijska duljina prijeđenih putova od izvora S do točke P zraka (1) i (2) respektivno  $r_1$  i  $r_2$  zbog putne razlike  $\Delta r = r_2 - r_1$  zrake stižu u točku P s izvjesnom faznom razlikom. U točki P ispunjeni su opći uvjeti za ostvarivanje interferencije:

za  $\Delta = n \lambda$  uz  $n = 0, 1, 2, \dots$ , maksimalno pojačanje, a za  $\Delta = (2n+1)\lambda/2$  uz  $n=0, 1, 2, \dots$ , maksimalno slabljenje osvjetljenja točke P

Fresnel je predložio da se kao koherentni izvori koriste dva lika jednoga stvarnoga svjetlosnog izvora dobivena u sva ravna ogledala. Shema Fresnelova ogleda dana je na

slici 3.23, gdje su  $0_1$  i  $0_2$  dva ravna ogledala postavljena pod kutom  $\varphi$ , a  $S$  izvor svjetlosti. Likove  $S_1$  i  $S_2$  svjetlosnog izvora  $s$  u ogledalima  $0_1$  i  $0_2$  dobivamo po pravilu konstrukcije lika zadanog predmeta u ravnom ogledalu. Ti likovi djeluju kao dva samostalna koherentna svjetlosna izvora iz kojih se šire dva snopa zraka. Te zrake se susreću i ukrštaju u oblasti  $OAB$ , pa će na tim mjestima doći do njihove interferencije. Ako se izvor svjetlosti  $S$  uzme u obliku uske pukotine, na zaklonu  $z$ , kao rezultat interferencije pojaviti će se svijetle i tamne pruge.

Označimo sa  $d$  udaljenost izvora  $S_1$  i  $S_2$ , a njihovu udaljenost od zaklona sa  $l$  (slika 3.23b). Udaljenost između prvih interferentnih pruga neka je  $BB_1 = x$ . Putove koji zrake prijeđu od izvora  $S_1$  i  $S_2$  do točke  $B$  obilježimo sa  $r_1$  i  $r_2$ .

Putna razlika  $\Delta r = r_2 - r_1$  ovih zraka dobiva se ako se iz točke  $B$  opiše luk polumjera  $r_1$ , on siječe zraku  $S_2B$  u točki  $N$ . Putna razlika tih dvaju valova je  $\Delta = S_2N$ .

Prema tome, u točki  $B$  pojaviti će se tamna interferentna pruga samo onda ako je

$$\overline{S_2N} = \frac{\lambda}{2}$$

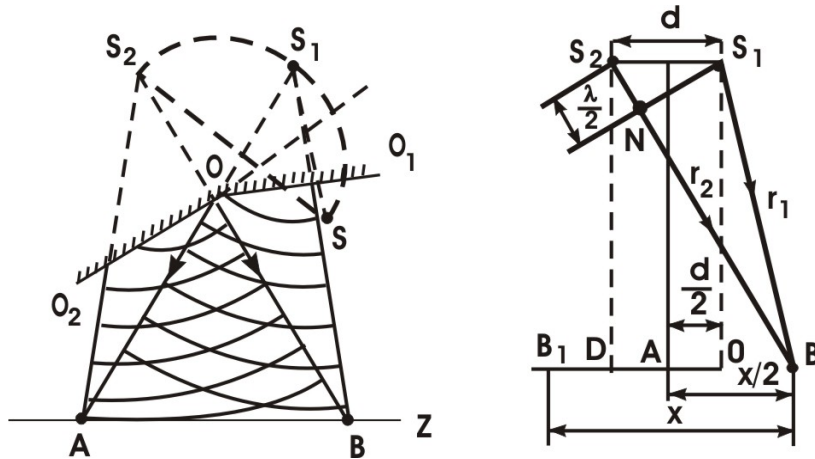
Iz pravokutnih trokuta  $\Delta S_1BC$  i  $\Delta S_2BD$  na osnovi Pitagorinog poučka možemo pisati

$$r_1^2 = l^2 + \left(\frac{x}{2} - \frac{d}{2}\right)^2$$

$$r_2^2 = l^2 + \left(\frac{x}{2} + \frac{d}{2}\right)^2$$

Oduzimanjem tih jednažbi i sređivanjem dobiva se

$$(r_1 + r_2)(r_1 - r_2) = dx \quad (4.78)$$



Slika 4.23 Shema Fresnelova pokusa

Kako je udaljenost AB vrlo malo u odnosu na duljinu  $l$ , možemo približno uzeti da je  $r_1 = r_2 = l$ , što znači da je  $r_1 + r_2 = 2l$ , a kako je  $(r_2 - r_1) = \lambda/2$ , uvrštavanjem tih vrijednosti dobiva se

$$\lambda = \frac{xd}{l} \quad (4.79)$$

Na osnovi poznatih vrijednosti  $d$ ,  $l$  i  $x$  može se izračunati valna duljina za svjetlosne zrake različitih boja

#### 4.24 INTERFERENCIJA SVJETLOSTI PRI ODBIJANJU OD TANKIH PROZIRNIH LISTIĆA

Kad na tanki prozirni list pada snop paralelnih koherentnih zraka monokromatske svjetlosti, onda se on djelomično odbija od njegove površine, a djelomično prolazi unutar lista i ponovno se odbija od druge površine. Na taj način dobivamo dva koherentna snopa svjetlosnih zraka s izvjesnom putnom razlikom, koji mogu interferirati.

Razmotrit ćemo posebno slučajeve interferencije na listovima jednake debljine i listovima promjenljive debljine. U prvom slučaju pojavljuju se takozvane interferentne trake (pruge) jednakoga nagiba, a u drugom slučaju trake (pruge) jednake debljine.

### Interferencija na listovima jednake debljine (panparalelnim pločama)

Neka na tanki prozirni list, debljine  $d$  indeksa loma  $n$ , pada koso snop paralelnih koherentnih svjetlosnih zraka monokromatske svjetlosti. Izdvojimo iz promatranog snopa samo jednu zraku (sl. 3.24). Poslije odbijanja od prve i druge granične površine, dobivamo dvije paralelne svjetlosne zrake (1) i (2).

Pored tih zraka pojavljuju se zrake koje nastaju kao rezultat višestrukog odbijanja od graničnih površina. Zbog njihova malog intenziteta te zrake nećemo razmatrati, kao ni zrake koje prolaze kroz list (1').

Povucimo normalno za zrake (1) i (2) ravan  $AB$ . Ako je indeks sredine u kojoj se nalazi list  $n'$ , onda je putna razlika  $\Delta$  zraka (1) i (2) jednaka

$$\Delta = n(\overline{OC} + \overline{CB}) - n'\overline{OA}$$

Sa slike 3.24 je očito da je  $\overline{OC} + \overline{CB} = \overline{BD}$ , a  $\overline{BD} = \overline{BE} + \overline{ED}$ , pa prethodnu relaciju možemo pisati u obliku

$$\Delta = n(\overline{BE} + \overline{EB}) - n'\overline{OA}$$

Iz trokuta  $\Delta OAB$  i  $\Delta OBE$  slijedi da je

$$\frac{\overline{OA}}{\overline{BE}} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n'}{n}$$

odnosno

$$n\overline{BE} = n'\overline{OA}$$

Uvrštavanjem vrijednosti za  $n\overline{BE} = n'\overline{OA}$  u relaciji za  $\Delta$ , dobivamo:  $\Delta = n\overline{DE}$ . Iz trokuta  $\Delta OED$  slijedi da je  $\overline{DE} = 2d \cos \beta$ , pa dobivamo

$$\Delta = 2nd \cos \beta$$

Uzimajući u obzir da je

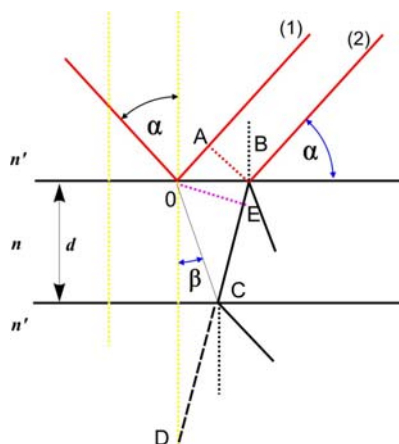
$$n \cos \beta = \sqrt{n^2 - n'^2 \sin^2 \alpha}$$

i

$$n' \sin \alpha = n \sin \beta$$

, to je

$$\Delta = 2d \sqrt{n^2 - (n' \sin \alpha)^2} \quad (4.80)$$



Slika 4.24 Interferencija na panparalelnoj ploči

Ako se list nalazi na **zraci**  $n' = 1$ , dobiva se

$$\Delta = 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} \quad (4.81)$$

Za nađenu putnu razliku (3.81) treba izvršiti popravak

Pri odbijanju svjetlosnog vala na granici koja dijeli optički rjeđu sredinu od optički gušće sredine faza titranja svjetlosnog vektora mijenja se za  $\pi$  ( odbijanje u točki O), dok pri odbijanju od granice koja dijeli optički gušću od optički rjeđe sredine (odbijanje u točki C) do te promjene u fazi ne dolazi. To se uzima u obzir dodavanjem (ili oduzimanjem)  $\Delta$  polovine valne duljine u vakuumu. Kao rezultat dobiva se

$$\Delta = 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \frac{\lambda_0}{2} \quad (4.82)$$

Iz relacije (3.82) slijedi da sve zrake koje imaju isti upadni kut, imaju istu putnu razliku. Ako se na put zraka (1) i (2) postavi sabirna leća, u njegovoj žarišnoj ravni pojavit će se, kao rezultat interferencije, svijetle i tamne trake u pravcima koji odgovaraju nagibu upadnih zraka. Zbog toga se nazivaju trake jednakog nagiba.

Ti efekti imaju vrlo važnu primjenu kod tzv. listova za otklanjanje refleksije. Ti listovi primjenjuju se u suvremenim optičkim instrumenatima. Pri prolazu svjetlosti kroz jednu leću odbija se 5% upadne svjetlosti, što znači da se kod optičkog instrumenta, čiji je objektiv sastavljen od 10 i više leća, odbija do 50% upadne svjetlosti. Ta pojava štetno utječe na kvalitetu optičkog instrumenta.

Zato se na njegov objektiv nanosi sloj debljine  $d$  koji ispunjava uvjete maksimalne interferencije među upadnim i odbojnim zrakama, a to je za

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \frac{\lambda_0}{2} \approx z\lambda_0 \quad (4.83)$$

gdje je  $z = 0, 1, 2, \dots$ ,

Kako zrake padaju pod malim kutovima, aproksimativno se može uzeti da je  $\sin \alpha \approx 0$ , pa za  $z = 0$  kad nastupa maksimalno pojačanje, iz gornje relacije, dobivamo da je  $d = \lambda_0 / 4n$ . Ta relacija omogućuje da odredimo debljinu  $d$  listića kad je poznata valna duljina rabljene svjetlosti i njegov indeks loma.

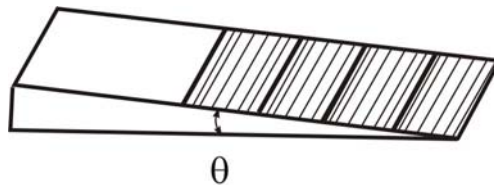
Teorijska razmatranja su pokazala, a praksa potvrdila, da se najbolje otklanjanje refleksije svjetlosti postiže kad je indeks loma  $n$  kvadratni korijen od indeksa loma  $n_1$  prozirnog tijela na koji se nanos tj.

$$n = \sqrt{n_1}$$

Istim postupkom može se postići i suprotan efekt – povećavanje refleksije upadne svjetlosti.

### Interferencija na listovima promjenljive debljine

Uzmimo prozirnu ploču u obliku klina sa kutom  $\theta$  pri vrhu (sl. 3.25). Neka na nju pada snop paralelnih zraka. Upadna zraka iz tog snopa dijeli se na odbojnu i prelomljenu zraku. Prelomljena zraka se odbija od donje površine. Kao rezultat odbijanja od gornje i donje ravni klina dobivamo dvije koherentne zrake. Za male kutove  $\theta$  razlika hoda tih zraka se s dovoljnom točnošću može izračunati prema relaciji (3.81), uzimajući za  $d$  debljinu klina na mjestu gdje upada promatrana zraka.



Slika 4.25 Interferencija na ploči nejednake debljine



Kako je  $d$  promjenljivo, samo za određene debljine nastupit će uvjeti maksimalnog pojačavanja i slabljenja upadnih i odbojnih zraka zbog interferencije. Na površini klina pojavit će se svijetle i tamne trake na mjestima gdje debljina klina zadovoljava uvjete maksimalnog pojačavanja i slabljenja. Odavde i potječe njihov naziv trake jednake debljine.

Pri promatranju polikromatske svjetlosti trake će biti obojene tj. na površini klina pojavit će se spektar boja. Ta pojava pojavljuje se kod prosutog ulja na podu, mjehurića sapuna i sl.

## 4.25 PRIMJENA INTERFERENCIJE

Interferencija svjetlosti ima važne primjene u znanosti i tehnici, kao što je određivanje valnih duljina svjetlosti, točno određivanje malih kutova i duljina, ispitivanje kvaliteta obrade površina, određivanje indeksa loma, ispitivanje strukture spektralnih linija i drugo. Uređaji, koji rade na principu interferencije koherentne svjetlosti, nazivaju se interferometri. Oni su različitih konstrukcija, prema vrsti namjene.

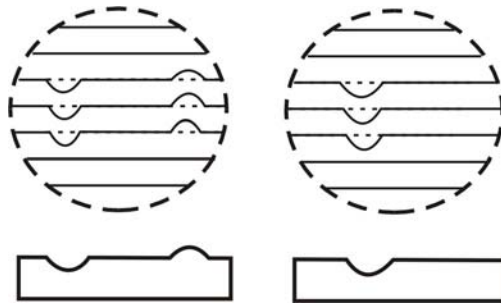
### 4.25.1 Ispitivanje kvalitete obrade površine

Ovo ispitivanje obavlja se s pomoću probne površine, koja ne odstupa od idealne geometrijske ravni više od  $1/20$  valne duljine. Ispitivana površina stavlja se na probnu površinu tako da se među njima formira tanki sloj zraka. Ako se ploče stegnu, s jedne strane sloj zraka među njima poprima oblik klina. Pri prolazu svjetlosti kroz taj zračni sloj, stvaraju se interferentne trake (pruge) jednake debljine, koje su paralelne rubu klina. Svako odstupanje od ravnine dovodi do iskrivljivanja trake jednake debljine. Na slici 3.26 pokazan je oblik dobivenih pruga, kada na ispitivanoj površini postoje izbočine i udubljenja, koje ih prate i na osnovi kojih se određuje stupanj kvalitete obrade površine.

### 4.25.2 Mjerenje malih promjena duljine

Zasniva se na trakama jednake debljine. Ako dvije površine međusobno formiraju klin, onda će se od reflektirane svjetlosti, ako među odbojnim zrakama s jedne i druge površine klina postoji određena putna razlika, formirati trake jednake debljine. Za debljinu klina  $d_1$ , prema relaciji (3.83) će biti

$$\Delta_1 = 2d_1n - \frac{\lambda}{2} = z\lambda; \quad z = 0, 1, 2, \dots$$



Slika 4.25 Interferentne pruge

Ako se debljina klina povećava putna razlika prestaje biti jednaka  $z\lambda$ . Kada debljina klina dosegne vrijednost  $d_2$  za koju je putna razlika  $\Delta_2 = (z + 1)\lambda$ , ponovno će se pojaviti svijetle trake. Pri tome će biti zadovoljena jednadžba

$$\Delta_2 = 2d_2 - \frac{\lambda}{2} = (z + 1)\lambda$$

Iz tih dviju jednadžbi slijedi da se pri pomaku interferentne slike za jednu svijetlu traku, debljina klina u danom mjestu promijenila za

$$d_2 - d_1 = \frac{\lambda}{2n} \quad (4.84)$$

Kako je  $\lambda$  reda veličine  $5 \cdot 10^{-7}$  m, to se na taj način mogu mjeriti promjene debljine reda  $10^{-7}$  m. Ova metoda koristi se za precizna mjerenja promjene dimenzija koje nastaju kao rezultat termičkih ili mehaničkih naprezanja.

## 4.26 KOHERENCIJA KOD SVJETLOSTI

Koherencija se može definirati kao stabilnost faze vala u prostoru i vremenu. Pod prostornom stabilnošću razumijeva se fiksni fazni omjer između dvaju odvojenih valova, a pod vremenskom stabilnošću razumijeva se stalnost (postojanost) faze unutar jednog vala. Koherencija i djelomična koherencija su termini s kojima se susrećemo u svim interferencijskim fenomenima.

Potpuna interferencija ostvarit će se samo ako se dva koherentna vala, koji se zajedno gibaju, potpuno preklapaju. U slučaju djelomičnog prekrivanja pojavit će se interferencija umanjenog intenziteta.

Svjetlost se ne može predstavljati s pomoću valova beskonačne duljine. Zapravo, duljina valnog paketa je konačna, i ovisi o tipu izvora iz kojega se emitira svjetlost. Ako svjetlosni paketi prelaze razliku puta veću od duljine koju prelaze pojedinačni valni paketi, neće se ostvariti prekrivanje, a to znači ni interferencija.

Konačno, nismo u stanju dobivati sasvim monokromatsku svjetlost, čak i u tzv. monokromatskim izvorima, uključujući i lasere. Uvijek postoji neko konačno širenje valne

duljine  $\Delta\lambda$ , centrirano oko srednje vrijednosti  $\lambda_0$ . Što je veći broj valova u valnom paketu, manja je disperzija  $\Delta\lambda$ . Zapravo, teorijski je

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} \approx \frac{1}{N} \quad (4.85)$$

Tako, i najoštrija spektralna linija ima konačnu širinu što je posljedica vremenske koherencije.

Vrijeme trajanja koherencije podudara se s vremenom pobude atomskih stanja, a ovo je reda  $10^{-8}$  s. Različiti svjetlosni izvori razlikuju se oveliko u dužini valnih paketa koje emitiraju. Npr., crvena svjetlost ima valne pakete duljine oko  $10\lambda$ . Tako već na udaljenosti  $5\lambda$  dolazi do polovičnog preklapanja, pa su intenziteti interferentnih pruga smanjeni na polovinu. Kod svjetlosti emitirane iz plinskih lasera, vrijeme koherencije je znatno dulje, oko  $10^{-4}$  s, a ona se može ostvariti i na udaljenosti do 30 km.

Intenzitet osvijetljenosti je proporcionalan kvadratu amplitude (jednadžbe (1.92) i (1.98)), a u slučaju dvaju koherentnih valova njihov rezultirajući intenzitet je

$$I = 4I_0 \cos^2\left(\frac{k\Delta}{2} + \frac{\delta}{2}\right) \quad (4.86)$$

gdje je :

$\Delta = r_2 - r_1$  putna razlika,  $\alpha$

$\delta = \varphi_1 - \varphi_2$  razlika faza,

$I_0$  – intenzitet jednog od valova,

$c$  – stupanj koherencije ( $0 < c < 1$ )

Maksimalni mogući intenzitet je  $4 I_0$ , a minimalni nula. Stupanj koherencije zapravo određuje vidljivost interferentne slike, a kako smo vidjeli on ovisi od brojnih čimbenika.

U slučaju da se  $\delta = \varphi_1 - \varphi_2$  mijenja u tijekom vremena, imamo nekoherentne valove. U tom slučaju prijemnici svjetlosti (oko, fotoelement) registriraju samo srednju vrijednost intenziteta tj.

$$\bar{I} = 4I_0 \overline{\cos^2\left(\frac{k\Delta}{2} + \frac{\delta}{2}\right)} \quad (4.87)$$

Kako je srednja vrijednost kvadrata kosinusa jednaka  $\frac{1}{2}$  to iz (3.86) dobivamo

$$\bar{I} = I_0 + I_0 = 2I_0 \quad (4.88)$$

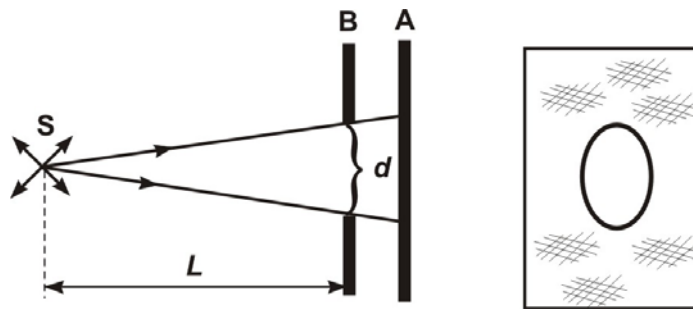
Znači, pri zbrajanju nekoherentnih valova nema interferencije. Srednji intenzitet valova u ma kojoj točki jednak je jednostavnom zbroju (aritmetičkom) intenziteta valova koji se zbrajaju.

## 4.27 DIFRAKCIJA SVJETLOSTI

Pojava interferencije svjetlosti poslužila je kao uvjerljiv dokaz valne prirodne svjetlosti. Međutim, definitivna pobjeda valnih shvaćanja bila je nemoguća bez tumačenja fundamentalnog i pokusno potvrđenog zakona pravocrtnog širenja svjetlosti.

“Huygensov princip” omogućava da se objasne pojave refleksije i refrakcije svjetlosti, međutim pojavu pravocrtnog širenja svjetlosti u biti ne rješava jer on nije postavljen u vezi s pojmom odstupanja od pravocrtnog pravca tj. sa pojavom difrakcije. Huygensov princip u svom prvotnom obliku bio je princip čije je područje primjena bila oblast geometrijske optike. On se je odnosio na slučajeve kada su postojale valne duljine beskonačno male u odnosu na dimenzije valne fronte. Zato je omogućavao da se riješe samo zadaci o pravcu širenja svjetlosnog valnog fronta, a nije zalazio u probleme intenziteta valova koji se gibaju u raznim pravcima. Taj nedostatak je upotpunio Fresnel koji je Huygensovom principu dao fizikalni smisao dopunivši ga idejom o interferenciji valova. Zahvaljujući tvome ovojna površina elementarnih valova koju je Huygens uveo čisto formalno dobila je jasan fizikalni sadržaj kao površina na kojoj, zbog uzajamne interferencije elementarnih valova, rezultirajući val ima znatan intenzitet.

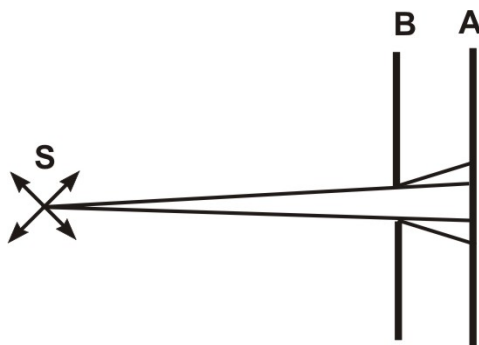
Ako između zastora A i izvora S koji ga osvjetljava, stavimo drugi zastor B s otvorom na zastoru A će se pojaviti svijetli lik ograničena tamnim poljem (slika 3.26).



Slika 4.26 Formiranje lika s pomoću zastora

Granicu tamne sjene možemo naći geometrijskim putem pretpostavljajući da se svjetlost širi pravocrtno. Međutim, točnijim promatranjem pokazuje se da tamna granica nije oštra što je naročito primjetno u slučaju  $d \ll L$ . Tada je zapravo svijetli lik na ekranu A omeđen svijetlim i tamnim krugovima koji postupno prelaze jedni u druge. To govori da se svjetlost ne širi pravocrtno već ogiblje otvor B (sl. 3.28). Opisana pojava nepravocrtnog širenja svjetlosti naziva se **difrakcija**.

Pojava difrakcije vala je jako izražena na preprekama (otvorima) koje su reda veličine njihove valne duljine. Kako je valna duljina svjetlosti vrlo mala (reda veličine  $10^{-7}$  m) to se za pojavu difrakcije svjetlosnih valova moraju ostvarivati posebni uvjeti.



Slika 4.27 Pojava difrakcije

Razlikuju se dva slučaja:

1. Fresnelova difrakcija – kada se svjetlosni izvor i prepreka (otvor), na kojoj se obavlja difrakcija, nalaze na konačnoj udaljenosti
2. Fraunhoferova difrakcija (difrakcija paralelnih svjetlosnih valova) – kada svjetlosni valovi dolaze od beskonačno udaljenih svjetlosnih izvora do prepreke (otvora) na kojoj se obavlja difrakcija.

#### 4.28 FRESNELOVA DIFRAKCIJA

Huygensov princip s pomoću kojega smo objasnili pojavu difrakcije ne daje nikakvu informaciju o promjeni amplitude svjetlosnih valova koji se iza prepreke (otvora) šire u svim pravcima. Fresnel je dopunio Huygensov princip predodžbom o interferenciji sekundarnih svjetlosnih valova nastalih kao rezultat difrakcije. Poznavanjem amplitude i faza sekundarnih svjetlosnih valova može se naći amplituda rezultirajućeg vala u bilo kojoj točki prostora iza prepreke. S pomoću tako proširenog gledišta, Huygens-Fresnelovog principa, Fresnel je uspio objasniti čitav niz difrakcijski pojava i pokazati kako je valna priroda svjetlosti u suglasnosti s pokusno uočenim pravocrtnom širenjem svjetlosti.

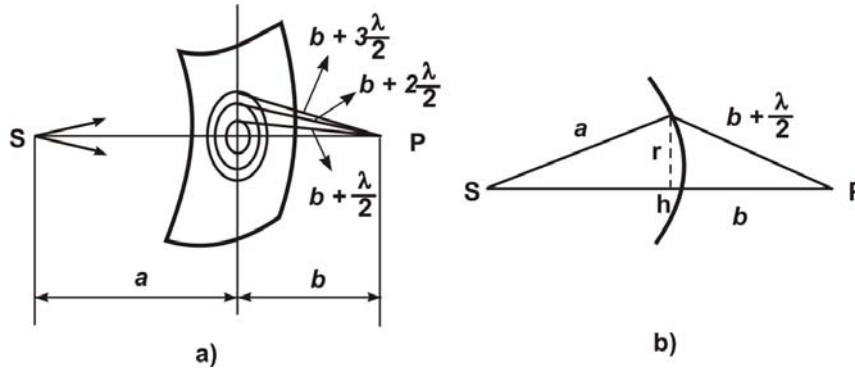
Postupak primjene Huygens-Fresnelovog principa dobio je naziv metoda Fresnelovih zona.

**Fresnelove zone.** Promatramo djelovanje svjetlosnog vala, koji potiče iz točkastoga svjetlosnog izvora  $S$ , u ma kojoj točki  $P$ .

Prema Huygens-Fresnelovom principu zamijenit ćemo izvor  $S$  zamišljenim izvorima koji su postavljeni po sfernoj površini koja predstavlja valnu površinu. Proračun interferencije sekundarnih valova, nastalih od tih izvora, provest ćemo metodom koju je razradio Fresnel. On je podijelio uočenu valnu površinu na zamišljene prstenaste zone koje su postavljene tako da se udaljenost od krajeva svake zone do točke  $P$  međusobno razlikuju za polovinu valne duljine svjetlosti u sredini u kojoj se širi. Udaljenost  $m$ -te zone ( $m$ -tog vanjskog ruba) od točke  $P$  je

$$b_m = b + m \frac{\lambda}{2}$$

gdje je  $b$  – razdaljina tjemena valne površine od točke P (slika 3.28).



Slika 4.28. Formiranje Fresnelovih zona

Titranja koje dolaze do točke P s analognih točaka dvaju susjednih zona nalazit će se u protufazi, jer se razlikuju za  $\lambda/2$ . Zato će se i rezultirajuća titranja s jedne zone razlikovati od rezultirajućih titranja sa susjednih zona za  $\pi$ .

Tko dobivene prstenaste površine nazivaju se Fresnelove zone poluperioda. Da bi se ocijenila amplituda rezultirajućeg titranja s jedne zone treba naći njenu površinu.

Na osnovi slike 3.28,b, prema Pitagorinom poučku, možemo pisati

$$r^2 = a^2 - (a - h)^2 = \left(b + \frac{\lambda}{2}\right)^2 - (b + h)^2$$

Kako je  $\lambda$  vrlo malo u odnosu na  $a$  i  $b$ , zanemarivanjem člana s  $\lambda^2$ , nakon sređivanja dobivamo

$$h = \frac{b}{a + b} \frac{\lambda}{2} \tag{4.89}$$

Prema tome, površina sfernog segmenta, koji predstavlja prvu Fresnelovu zonu, bit će

$$2\pi a h = \frac{\pi a b}{a + b} \lambda$$

Za površinu segmenta koji predstavlja dvije prve zone, analogno nalazimo da je jednaka

$$2 \frac{\pi a b}{a + b} \lambda$$

tj. površina druge zone (sfernog prstena) tada je jednaka

$$\frac{\pi ab}{a+b} \lambda \quad (4.90)$$

što je jednako površini prve zone.

Praktično, sve će zone biti iste površine. Amplituda rezultirajuće svjetlosti s jedne zone je funkcija njene površine, što znači da je za sve zone jednaka. Međutim, u točki P amplitude svjetlosti sa svih zona neće biti iste: prvo, što se zone nalaze na različitim udaljenostima od točke P, a intenzitet svjetlosti opada s kvadratom rastojanja, i drugo, svjetlosni zraci s raznih zona dolaze pod različitim kutovima u točku P; što je upadni kut veći to je intenzitet manji.

Ako amplitude s Fresnelovih zona respektivno označimo sa  $A_1, A_2, A_3, \dots$ , onda one čine monotono opadajući niz, tj.

$$A_1 > A_2 > A_3 \dots > A_n$$

Djelovanje  $n$ -te zone može biti vrlo malo ako je  $n$  dosta veliko. Osim toga, zahvaljujući uzetom načinu formiranja zona, lako se može vidjeti da su djelovanja susjednih zona međusobno slaba. Stvarno zamišljeni izvori sa zone postavljene za  $\lambda/2$  bliže P nego odgovarajući izvori sa susjedne zone emitiraju titranja sa suprotnim fazama. Produljujući s takvim rezoniranjem, nalazimo da će definitivna vrijednost amplitude rezultirajućeg titranja koja je pobuđena u točki P djelovanjem cijele sferne površine biti jednaka algebarskom zbroju

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots$$

Taj izraz možemo pisati u obliku

$$A = \frac{A_1}{2} + \left( \frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \left( \frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2} \right) + \dots,$$

Zbog monotonog opadanja amplituda,  $A_m$  može se približno smatrati jednakim

$$A_m = \frac{A_{m-1} + A_{m-1}}{2}$$

Pri tom uvjetu izrazi u zagradama u prethodnoj relaciji su jednaki nuli, pa konačno dobivamo

$$A = \frac{A_1}{2} \quad (4.91)$$

Amplituda  $A$  rezultirajućeg titranja, koja je dobivena zbog interferencije svjetlosti što se giba prema točki P od različitih dijelova sfernog vala, manja je od amplitude koja je stvorena djelovanjem centralne zone.

Na taj način, djelovanje svjetlosnog izvora u točki P svodi se na djelovanje njegovoga malog dijela unutar područja manjeg od centralne zone. To znači da se širenje svjetlosti od S prema P u stvari vrši tako kao da svjetlosni tok ide unutar vrlo uskog kanala duž SP tj. pravocrtno.

**Zonalna ploča.** Pripreмимо ekran koji se sastoji od prozirnih i neprozirnih prstena koji se naizmjenično slažu prema zakonu

$$r_m = m \frac{ab}{a+b} \lambda$$

gdje je  $r_m$  – polumjer  $m$ -te Fresnelove zone.

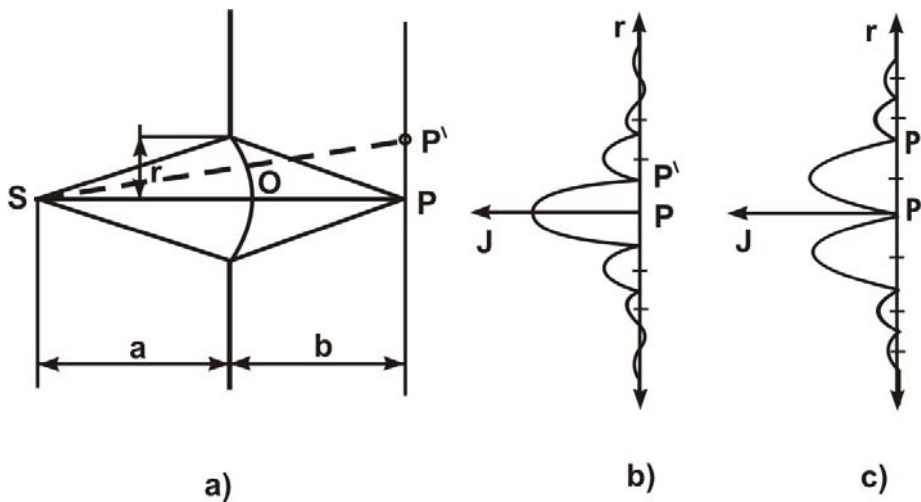
Ako pomičemo takav ekran i dodemo u položaj da su prekrivene sve parne zone, a ostavimo slobodnim neparne, počevši od centralne, val koji se “profiltrira” kroz takvu ploču u točki P dat će rezultirajuću amplitudu

$$A = A_1 + A_3 + A_5 + \dots$$

tako da će na P pasti skoro dvaput više svjetlosti. Još se veći efekt (četiri puta) može postići ako se ne zadržava svjetlost parnih zona već se na njima izvrši promjena faze za  $\pi$ . Takvu je ploču napravio **Wood**. On je napravio ploču kod koje se debljina neparne zone razlikovala od debljine parne zone za veličine  $nd = \lambda/2$ .

#### 4.29 DIFRAKCIJA NA KRUŽNOM OTVORU

Ako na put sfernog svjetlosnog vala postavimo pregradu s kružnim otvorom (sl.3.29), na ravnom zaklonu koji je paralelan pregradi pojavit će se difrakcijska slika sa svijetlim i tamnim poljima, koja će se naizmjenično smjenjivati.



Slika 4.29 Difrakcija na kružnom otvoru

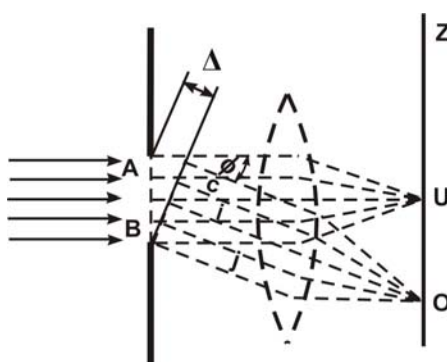
U točki P će se smjenjivati svijetla (slika 3.29,b) i tamna (slika 3.29,c) polja ovisno o tome kojem broju (neparnom ili parnom) Fresnelovih zona odgovara otvor na pukotini. Na primjer, ako je otvor veličine prve Fresnelove zone, dobit ćemo difrakcijsku sliku prikazanu na slici 3.29,b, ako se poveća na veličinu dviju Fresnelovih zona dobit ćemo difrakcijsku sliku prikazanu slikom 3.29,c. Na taj način difrakcijska slika kružnog otvora



predstavlja svijetle i tamne koncentrične prstenove naizmjenično posložene u odnosu na centralnu svijetlu ili tamnu kružnu površinu, što ovisi o veličini otvora.

**Fraunhoferova difrakcija.** Neka na vrlo uski prolaz  $AB = a$  pada paralelni snop svjetlosnih valova. Sve točke valne fronte  $A - B$  titraju u istoj fazi. Po Huygensovom principu, sve točke proreza postaju izvori koherentnih svjetlosnih valova koji se prostiru iza njega. Ako iza proreza postavimo sabirnu leću, a u njezino žarište, normalno na pravac vala, zaklon  $z$  na njemu će se pojaviti difrakcijska slika (sl. 3.30).

Snop valova koji produljuje pravocrtno gibanje na zaklonu  $z$  daje centralnu svijetlu prugu u točki  $O$ . Valovi koji izlaze iz proreza pod kutom  $\phi$  oblikuju novu valnu frontu  $B-C$ . Označimo putnu razliku među krajnjim valovima toga snopa sa  $\Delta$ . Sa slike 3.30 slijedi da je  $\Delta = a \sin \phi$  gdje je  $a$  širina pukotine.



Slika 4.30 Fraunhoferova difrakcija

Uzmimo da je  $\Delta = 2\lambda/2$ . Tada promatrani snop možemo podijeliti u dva snopa (i) i (j), pri čemu se svaki val iz snopa (i) razlikuje za  $\lambda/2$  od odgovarajućeg vala iz snopa (j). U točki  $O'$  oni se zbog interferencije poništavaju. Na taj način valovi koji idu pod kutom  $\Phi$  i zadovoljavaju uvjet  $\Delta = a \sin \Phi = \lambda$  izazivaju uzajamno poništavanje vala i u točki  $O'$  dobivamo tamnu prugu. Valni snop koji izlazi iz proreza pod kutom  $\Phi_1$  za koji je  $\Delta_1 = a \sin \Phi_1 = 3 \frac{\lambda}{2}$ , možemo podijeliti u tri snopa, koji dolaze u tri Fresnelove zone.

Valovi koji odgovaraju dvjema susjednim zonama se poništavaju, a s treće zone daju na zastoru svjetlu prugu, čija je osvijetljenost znatno manja od osvijetljenosti osnovne pruge u točki  $O$ .

Zaključujemo da u pravcima za koje je

$$a \sin \Phi = (2n + 1) \frac{\lambda}{2}; \quad n = 1, 2, 3, \dots,$$

svjetlosnom snopu odgovara neparan broj Fresnelovih zona pa se na zaklonu pojavljuju paralelne svijetle pruge čiji intenzitet opada s porastom broja  $n$ .

U pravcima za koje je

$$a \sin \Phi = 2n \frac{\lambda}{2}; \quad n = 1, 2, 3, \dots,$$

svjetlosnom snopu odgovara parni broj Fresnelovih zona, s kojih se valovi međusobno poništavaju i na zaklonu dobivamo tamne pruge.

Kako su kutovi  $\Phi$  vrlo mali, to možemo uzeti da je  $\sin \Phi \approx \Phi$  pa uvjeti za pojavu svijetlih i tamnih pruga postaju

$$\Phi \approx (2n + 1) \frac{\lambda}{2a} \quad \text{i} \quad \Phi = n \frac{\lambda}{2}; \quad n = 1, 2, 3, \dots, \quad (4.92)$$

Iz uvjeta danih relacijom (3.91) slijedi: što je otvor uži ( $a$  manji) to su pruge međusobno više razmaknute. Kad se širina proreza  $a$  postupno povećava, difrakcijski kut  $\Phi$  postaje sve manji, i difrakcijske pruge se sve više približavaju centralnoj svijetloj pruzi. Pri dovoljno velikoj širini proreza tamne i svijetle pruge slijevaju se centralnu svijetlu prugu i na zaklonu vidimo jasno izražen svijetli lik proreza, formiran prema pravilima geometrijske optike. Dalje, za dano  $n$  pri određenoj širini proreza  $a$ , difrakcijski kut je upravo proporcionalan valnoj duljini svjetlosti. Prema tome, u vidljivom dijelu spektra najviše skreće crvena, a najmanje ljubičasta svjetlost. To znači da će polikromatskoj svjetlosti koja pada na pukotinu odgovarati odbojne difrakcijske pruge.

Ako promatramo više paralelnih pukotina difrakcijsku rešetku, svaka pukotina u rešetki proizvodi difrakcijski snop u kojemu je raspodjela intenziteta svjetlosti funkcija širine pukotine. Difrakcijski snopovi sa svih pukotina međusobno interferiraju i na zaklonu daju difrakcijsku sliku rešetke. (Praktikum: Određivanje valne duljine svjetlosti pomoću difrakcijske rešetke).

**Fraunhoferova** difrakcija na kružnom otvoru je mnogo češća od difrakcije na pukotini. Analiza je ista kao kod pukotine, s tim što se kao difrakcijska slika dobiva svijetla kružna površina okružena tamnim i svijetlim prstenovima. Intenzitet svjetlosti je najveći u centru kružne površine i postupno opada do nule na položaju prvog minimuma koji odgovara difrakcijskom kutu

$$\Phi_{\min} = \arcsin 1,22 \frac{\lambda}{D}$$

gdje je  $D$  – promjer otvora na kome se obavlja difrakcija.

Ako je  $D \gg \lambda$ , prethodni izraz možemo pisati

$$\Phi_{\min} \approx 1,22 \frac{\lambda}{D}$$

Približno 85% svjetlosnog toka koji prolazi kroz otvor pada u područje centralne svijetle površine. Intenzitet prvoga susjednog maksimuma iznosi svega 1,75%, a drugog 0,41% od intenziteta centralnog maksimuma. Zato se u prvoj aproksimaciji može smatrati da se difrakcijska slika sastoji samo od centralne svijetle površine. Ta površina zapravo predstavlja lik beskonačno udaljenoga točkastog izvora.

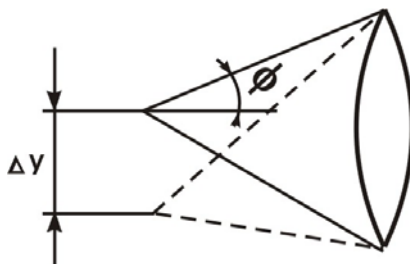
Pri preslikavanju nekog predmeta možemo smatrati da se on sastoji od svijetlih točaka. Preslikavanje je to bolje što su elementi (svijetle točke) i udaljenosti među njima manji. Međutim, ako promjeri točaka dosegnu red veličine valne duljine svjetlosti, pojavljuju se difrakcijski efekti, pa njihovim preslikavanjem dobivamo svijetle točke omeđene tamnim i svijetlim prstenovima.

Za udaljenost među točkama koje su manje od neke vrijednosti  $\Delta y$  predstavlja granicu razlaganja (razlučivanja) objektivna i za mikroskop jednaka je

$$\Delta y = \frac{1,22\lambda}{2n \sin \Phi} \quad (4.93)$$

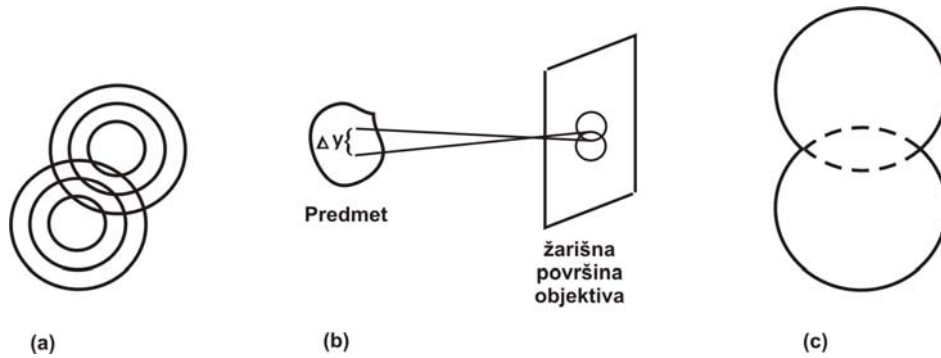
gdje je  $\lambda$  - valna duljina svjetlosti,  $n$  – indeks sredine u kojoj se nalazi predmet, a  $\Phi$  polukut na vrhu konusa koju čine svjetlosne zrake što ga koristi objektiv mikroskopa (slika 3.31).

Recipročna vrijednost granice razlaganja naziva se moć razlaganja. Moć razlučivanja optičkih pribora je sposobnost tih pribora da razdvoje likove blisko postavljene jedan pokraj drugog detalja (točaka) predmeta. Objektiv svakog optičkog pribora ima ulaznu aperturu. Difrakcija svjetla na ulaznoj aperturi objektivna neizbježno dovode do toga da se pojedine točke promatranog predmeta (osvijetljenog ili svjetlećeg) prikazuju ne kao točka nega kao svijetli diskovi okruženi tamnim i svijetlim krugovima. Ako se promatrane točke (detalji) predmeta nalaze blizu jedna drugoj njihove će se difrakcijske slike (u žarišnoj površini objektivna) više ili manje prekrivati kao na slici 3.32,b.



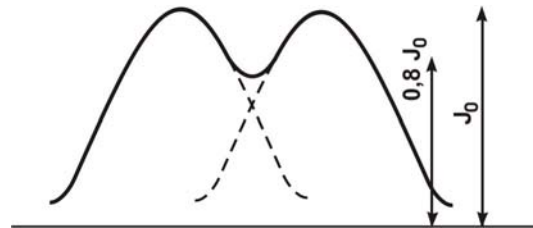
Slika 4.31. Granica razlaganja

Dvije bliske točke predmeta možemo još vidjeti razdvojene ako se svijetli diskovi njihovih difrakcijske likova ne prekrivaju više od veličine polumjera diska (slika 3.32,c). Ako se diskovi prekrivaju više nego što je iznos polumjera (slika 3.32,a.) naći ćemo da pribor ne razlučuje takve točke. Najmanja udaljenost  $y$  pri kojoj dvije točke predmeta možemo još vidjeti razdvojene nazivamo udaljenošću razlučenja (razlaganja). Moć razlučivanja optičkog pribora mjeri se veličinom  $1/\Delta y$ .



Slika 4.32

Prema Rayleighovom kriteriju za sdvije linije u spektru, koje imaju isti intenzitet i oblik, ako im je minimum koji se nalazi između dvaju maksimuma 80% intenziteta maksimuma, mogu se smatrati razdvojenim (sl. 3.33)



Slika 4.33 Rayleighov kriterij razdvajanja spektralnih linija

Da bi se postigla što veća moć razlaganja, treba napraviti što je moguće veći objektiv, da bi kut  $\phi$  bio što veći (sl. 3.33). Izvjesno povećanje moći razlaganja postiže se stavljanjem predmeta u tečnost, umjesto u zrak za koji je  $n=1$  (sl. 3.33). Najčešće se upotrebljava cedrovo ulje čiji je indeks loma  $n= 1,515$ . Za srednju valnu duljinu u vidljivom dijelu spektra  $\lambda = 0,5 \mu\text{m}$  dobivamo vrijednost granice razlaganja od  $0,2 \mu\text{m}$ . Sve tehničke mogućnosti optičkog mikroskopa su iskorištene u pogledu smanjenja granice razlaganja tj. povećanja moći razlaganja.

Dalje smanjenje granice razlaganja postiže se s pomoću elektronskog mikroskopa, kod kojega se slika dobiva na fluorescentnom zastoru (ili fotografskoj ploči) kao rezultat osvjetljavanja predmeta snopom elektrona. Prema relaciji L. De Broglia, valne duljine elektrona su za  $10^5$  kraće od valnih duljina vidljive svjetlosti. To bi prema relaciji (3.92) dovelo od fantastičnog smanjenja granice razlaganja. Na žalosti, u elektronskoj optici, gdje ulogu leća imaju električna i magnetna polja, znatno su manje mogućnosti otklanjanja aberacija, a i kut  $\phi$  doseže svega nekoliko tisućitih dijelova radijana. Uzimajući sve to u obzir dobiva se za granicu razlaganja vrijednost oko  $2 \text{ nm}$ , umjesto  $0,02 \text{ nm}$  kod svjetlosnog mikroskopa što predstavlja smanjenje za oko  $10^2$  puta.

U najnovije vrijeme konstruirani su uređaji kod kojih se elektroni zamjenjuju težim česticama (protonima, ionima vodika i slično) koje imaju još manju valnu duljinu.

Međutim, pod udarom teških čestica predmet se pomiče zbog čega se dobiva mutan lik. S druge strane, termičko gibanje molekule onemogućava dalje povećanje moći razlaganja.

### 4.30 INTERAKCIJA SVJETLOSTI I MATERIJE

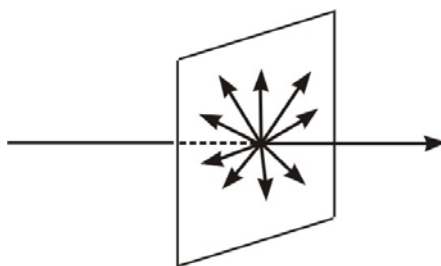
Kao rezultat interakcije svjetlosti i materije pojavljuje se niz pojava, među kojima su najvažnije polarizacija, disperzija, apsorpcija i difuzija (rasipanje) svjetlosti.

Razmotrit ćemo posebno osnovne karakteristike navedenih pojava.

### 4.31 POLARIZACIJA SVJETLOSTI

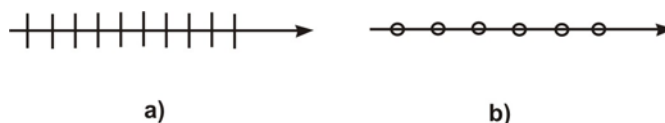
Dosadašnja razmatranja provedena su pod pretpostavkom da svjetlost ne pokazuje nikakva orijentirana svojstva u prostoru.

Transverzalna priroda svjetlosti (elektromagnetnih valova) omogućava njenu poprečnu orijentaciju. Zraka prirodne svjetlosti sastavljena je od titranja svjetlosnog vektora što se vrše u svim pravcima normalno na pravac širenja svjetlosti (sl.3.34).



Slika 4.34 Svjetlosna zraka

To je uvjetovano činjenicom da zraka prirodne svjetlosti nastaje od velikog broja valnih nizova, paketa, koje ispuštaju pojedini atomi.



Slika 4.35 Shematski prikaz polariziranih zraka

Ravan titranja za svaki valni niz orijentirana je na slučajan način. Zato su u rezultirajućem valu titranja različitih smjerova jednako vjerojatne. Svjetlost kod koje se titranja svjetlosnih vektora događa samo u jednom pravcu, također normalnom na pravac širenja, naziva se POLARIZIRANOM. Ravan u kojoj titra svjetlosni vektor nazvati ćemo ravan titranja. Polarizirana svjetlosna zraka shematski se predstavlja crtežom (sl. 3.35,a)

ako ravan svjetlosnog vektora leži u ravni crteža, a crtežom (sl. 3.35,b) ako je normalna na ravan crteža.

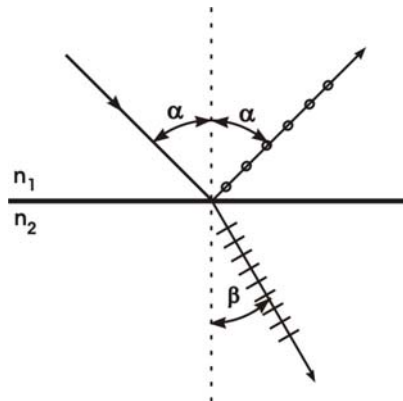
Polarizacija se može pojaviti pri refleksiji, refrakciji, pri dvojnog prelamanju i s pomoću selektivne apsorpcije.

#### 4.32 POLARIZACIJA PRI REFLEKSII I REFRAKCIJI

Pri odbijanju i prelamanju svjetlosti na granici dvaju izotropnih dielektrika dolazi do njene polarizacije. Stupanj polarizacije ovisi o upadnom kutu  $\alpha$ . Najbolji učinci se postižu kad je  $\alpha + \beta = 90^\circ$ , odnosno  $\sin \beta = \cos \alpha$  (sl. 3.36). U tom slučaju zakon loma možemo pisati

$$n_{21} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha$$

Ta relacija predstavlja **Brewsterov** zakon, a kut  $\alpha$  koji zadovoljava relaciju Brewsterov kut ili kut maksimalne polarizacije.



Slika 4.36 Polarizacija pri odbijanju i prelamanju

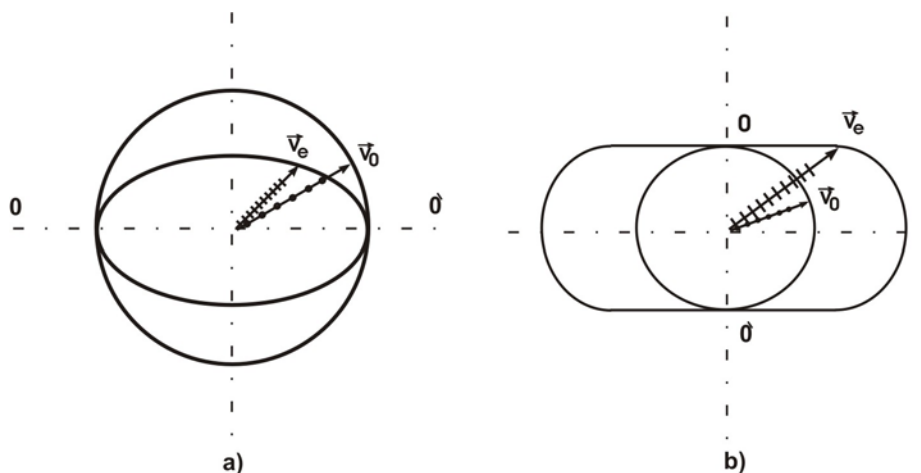
#### 4.33 POLARIZACIJA PRI DVOJNOM PRELAMANJU

Svjetlosna zraka pri prolasku kroz neke kristale (islandski kalcit, kvarc, turmalin, liskun itd.) razlaže se na dvije zrake koji su potpuno polarizirane u uzajamno normalnim smjerovima. Ta pojava naziva se dvojnog prelamanjem. Jedna zraka zadovoljava obični zakon loma i naziva se REDOVNA (običnom) zrakom, i označavamo je slovom O, za razliku od druge zrake koja se naziva neredovnom (neobičnom) i označava se slovom e. Neredovna zraka se ne ponaša po običnom zakonu loma.

Dvojno prelamanje zraka objašnjava se anizotropijom kristala. Anizotropija kristala može biti uvjetovana međusobnim rasporedom njegovih molekula, različitim djelovanjem međumolekularnih sila u različitim pravcima, anizotropijom sastavnih molekula i slično. S optičkoga gledišta, anizotropija sredine okarakterizirana je različitom reakcijom molekula kristala na upadnu svjetlost u raznim pravcima, što se očituje različitim brzinama širenja svjetlosti u raznim pravcima, tj. različitim indeksom loma u raznim pravcima ( $n = c/v$ ).

Kako redovna zraka slijedi obične zakone loma, njezin indeks loma je konstantan u svim pravcima, pa će se ona širiti kroz kristal podjednako u svim pravcima. Neredovna zraka ima indeks loma ovisno o pravcu u kristalu pa će joj i brzina biti različita u raznim pravcima.

Kod jednostavnih kristala, u bilo kojem trenutku, valna površina koja odgovara redovnim zrakama imat će oblik sfere, dok će valna površina koja odgovara neredovnim zrakama imati oblik rotacijskog elipsoida. U ovisnosti o odnosu veličina brzina redovnih i neredovnih zraka, kristali se dijele u jednoosno pozitivne ( $v_o > v_e$ ) (slika 3.37,a) i jednoosno negativne ( $v_o < v_e$ ) (slika 3.37,b)



Slika 4.37. Jednoosno pozitivni kristal i jednoosno negativni kristal

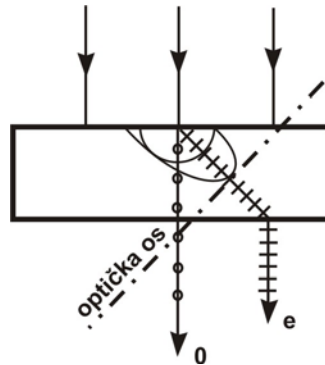
Os  $00'$  naziva se optička os kristala. Optička os je smjer na kojemu je brzina obiju zraka jednaka. Treba imati na umu da optička os kristala nije prava linija koja prolazi kroz određenu točku kristala, već ima određen smjer u kristalu.

Bilo koja prava koja je paralelna tom smjeru predstavlja optičku os kristala.

Ako svjetlosne zrake padaju normalno (ili paralelno) na optičku os kristala, redovna i neredovna zraka u kristalu se poklapaju, pa ih ne možemo odvojeno promatrati.

Promatrajmo snop paralelnih zraka koje padaju na kristal pod nekim kutom u odnosu na njegovu optičku os (sl. 3.38). Redovne zrake nastavljaju isti pravac dok neredovni odstupaju od njega. Pri izlasku iz kristala obje zrake imaju iste pravce koji su međusobno paralelno pomjereni.

Da bi se dobila linearno polarizirana svjetlost, treba jednu od tih dviju zraka ukloniti.

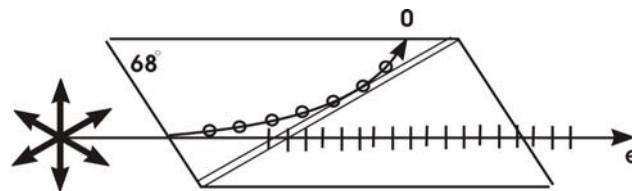


Slika 4.38 Polarizacija svjetlosti u kristalu

#### 4.34 POLARIZACIJA S POMOĆU SELEKTIVNE APSORPCIJE

Neki kristali apsorbiraju jednu zraku jače od druge. To je naročito izraženo za vidljivu svjetlost kod kristala turmalina. U njemu se obična zraka praktički potpuno apsorbira na duljini od 1 mm. Isto svojstvo posjeduje celuloidni film koji je prevučen kristalima kininjodisulfata, čija debljina od 0,1 mm potpuno apsorbira jednu zraku (sl. 3.40). Te kristale nazivamo **polaroidima**.

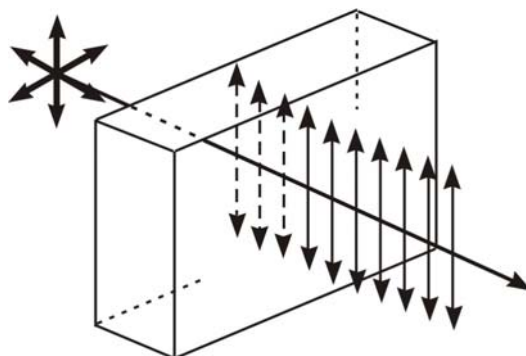
Drugi način dobivanja polarizirane svjetlosti je selektivna totalna refleksija koja je ostvarena Nikolovom prizmom u obliku romboida od islandskoga kalcita (sl.3.39). Obje zrake pri prolazu kroz prizmu padaju na sloj kanada – balzama koji je postavljen po dijagonalnoj ravni prizme i čiji je indeks loma između  $n_o > n > n_e$ . Upadni kut se tako bira da se redovna zraka na tom sloju totalno reflektira i giba ustranu, a neredovna zraka prolazi kroz njega i izlazi iz prizme.



Slika 4.39 Nikolova prizma

Nikolova prizma daje najbolju polariziranu svjetlost za sve valne duljine vidljive svjetlosti. Glavni nedostatak su joj male dimenzije.





Slika 4.40 Polarizacija osposobljavanjem

Problem obrtanja ravni titranja svjetlosnog vektora obrađen je u praktikumu (određivanje koncentracije rastvora šećera s pomoću polarimetra).

#### 4.35 UMJETNO DVOJNO PRELAMANJE

Dvojno prelamanje može nastati i u izotropnim tijelima pod posebnim okolnostima. Specijalno, umjetno dvojno prelamanje pojavljuje se pri mehaničkim deformacijama tijela.

Kao mjera nastale optičke anizotropije služi razlika indeksa loma redovne i neredovne zrake. Pokusno je utvrđeno da je njihova razlika za danu točku tijela proporcionalna normalnom naponu  $\sigma$  u toj točki, tj.

$$n_o - n_e = k\sigma$$

gdje je  $n_o$  – indeks loma redovnog zraka,  $n_e$  - indeks loma neredovnog zraka, a  $k\sigma$  koeficijent proporcionalnosti koji je određen svojstvima sredine.

Za dva polaroida (Nikolove prizme) koji su postavljeni tako da ravni titranja njihove polarizirane svjetlosti stoje okomito jedna na drugu, kažemo da su ukršteni. Ukršteni SUSTAV polaroida ne propušta svjetlost. Obično se prvi polaroid naziva polarizator, a drugi analizator. Situacija se neće promijeniti ako između polarizatora i analizatora postavimo nedeformirano izotropno prozirno tijelo (staklo, pleksi-staklo, celuloid i slično). Međutim, ako prozirno tijelo podvrgnemo deformaciji, svjetlost počinje prolaziti kroz SUSTAV, pri čemu zrake koje su prošle oblikuju interferentnu sliku sastavljenu od vrlo složenih raznobojnih figura. Svaka figura odgovara jednako deformiranim mjestima tijela. Prema tome, po obilježju i položaju figura može se analizirati raspored naprezanja unutar tijela.

Umjetno dvojno prelamanje čini osnovu fotoelastične metode izučavanja deformacija. Naprezanje u neprozirnim tvarima, kao što su razni nosači, osovine, zupčanici itd., mogu se analizirati konstrukcijom prozirnih modela tih predmeta od

izotropne tvari – obično pleksi-stakla. Model se postavlja između ukrštenih polaroida, zatim se izlaže deformacijama analognim u njihovoj normalnoj upotrebi i snima interferentna slika, dobivena propuštanjem bijele svjetlosti kroz ovaj sustav. Dobivena slika omogućava da se odredi raspodjela naprezanja kao i njihova veličina.

Zaostala naprezanja također dovode do umjetne optičke anizotropije. Zbog nepropisnog hlađenja stakla pri njegovom očvršćivanju ono može biti u tolikoj mjeri napregnuto, u svojoj unutrašnjosti, da dolazi vrlo lako do njegovog prskanja. Stakla koja služe za izradbu optičkih leća obvezno se podvrgavaju ispitivanju, opisanom metodom, prije nego se priđe njihovoj skupoj obradbi.

#### 4.36 DISPERZIJA SVJETLOSTI

Promjenljivo elektromagnetsko polje bilo koje frekvencije širi se u vakuum istom brzinom  $c$ . Svakoj frekvenciji titranja  $\nu$  odgovara, u vakuumu, potpuno određena valna duljina

$$\lambda_0 = \frac{c}{f}$$

Elektromagnetski valovi strogo određene frekvencije  $\nu$  nazivaju se monokromatski. Ako monokromatski val prodre u bilo kakvu sredinu, njegovo polje pobuđuje na prisilno titranje naboje sredine iste frekvencije  $\nu$ . Zbrojni elektromagnetski val koji se širi u sredini predstavlja superpoziciju primarnih i sekundarnih valova koji imaju frekvenciju  $\nu$ , jednaku frekvenciji upadnih (primarnih) valova, međutim, mijenja svoju amplitudu, fazu i brzinu širenja  $v$ .

Brzina širenja vala ovisi o njegovoj frekvenciji  $\nu$  (vidi (3.8)), pa općenito možemo pisati

$$v = g(f)$$

Kako je (vidi (3.6)) indeks loma danog vala  $n = c/v$ , dobiva se da je on

$$\lambda = \frac{c}{g(f)} = \psi(f)$$

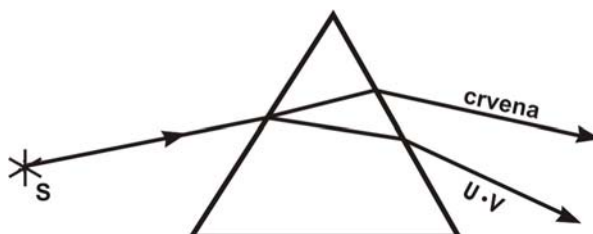
također funkcija frekvencije. Promjena brzine izaziva promjenu valne duljine vala u odnosu na njegovu duljinu u vakuumu, tj.

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{c}{f} \frac{v}{c} = \frac{\lambda_0}{n}$$

ona postaje kraća za faktor  $n$ .

Ta pojava (koja pokazuje ovisnost loma o frekvenciji padajuće svjetlosti) naziva se disperzija. Prelomljena svjetlost zadržava istu frekvenciju titranja  $\nu$  kao i padajuće

svjetlo međutim, mijenja brzinu rasprostiranja  $v$ , indeks loma  $n$  i duljinu vala  $\lambda$  u ovisnosti o konkretnim svojstvima sredine. Skup monokromatskih valova različite frekvencije u vakuumu će se kretati istom brzinom  $c$ . Dolazeći u neku drugu sredinu, oni se počinju kretati različitim brzinama i različitim pravcima, dakle nastaje disperzija.



Slika 4.41 Disperzija svjetlosti

Bijela (polikromatska) svjetlost se s pomoću optičke prizme razlaže na monokromatske valove pri čemu najveće otklone imaju ultraljubičasti valovi koji imaju najmanju brzinu rasprostiranja u staklu (sl. 3.41). Ako usporedimo spektre dobivene s pomoću prizmi od različitih tvari, vidi se da se ne samo zrake jedne iste frekvencije otklanjaju s tim prizmama za različite kutove, već i širina dijela spektra koji odgovara jednakim intervalima frekvencija  $\nu_1 - \nu_2$  bit će, općenito govoreći, različita. To znači da se tvari razlikuju ne samo po indeksima loma nego i oblikom njegove krivljenosti ovisnosti o frekvenciji  $n = \psi(\nu)$ . Kaže se da različiti tvari posjeduju različite disperzije. Na slici 3.41. prikazan je hod krivulje tzv. normalne disperzije za staklo u vidljivoj oblasti spektra. (Disperzija je normalna ako indeks loma raste kad se smanjuje valna duljina svjetla.)

Obično indeks loma  $n$  izražavamo u ovisnosti o valnoj duljini dane svjetlosti u vakuumu  $\lambda_0 = c / f$  tj.  $n = \Phi(\lambda_0)$ .

Mjerom disperzije pojavljuje se umanjene indeksa loma  $-\Delta n$  na određenom intervalu valne duljine  $\Delta\lambda$ . Omjer  $-\frac{\Delta n}{\Delta\lambda}$ , općenito, različit je u različitim područjima spektra. Kao

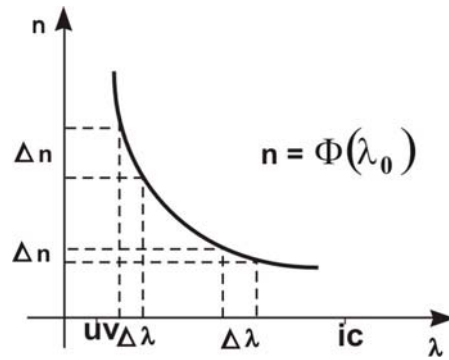
što se vidi sa slike 3.42, u ultraljubičastom dijelu spektra  $-\frac{\Delta n}{\Delta\lambda}$  je veće nego u infracrvenom dijelu spektra. Zato će jednaki intervali  $\Delta\lambda$  poslije loma kroz staklenu prizmu biti prostorno više rastegnuti u ultraljubičastom području spektra nego u infracrvenom.

Ako produžimo krivulju ovisnosti

$$n = \Phi(\lambda_0)$$

u područje nevidljivog spektra – ultraljubičastog ( $\lambda < 400$  nm) i infracrvenog ( $\lambda > 780$  nm) krivulja će ići monotono. Usporedno sa zonama normalne disperzije u kojoj je  $-\Delta n/\Delta\lambda > 0$  pojavit će se zone tzv. anomalne disperzije za koju vrijedi omjer

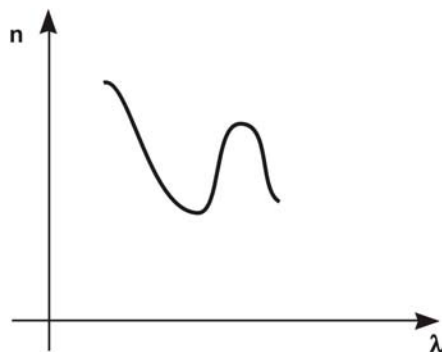
–  $\Delta n / \Delta \lambda < 0$  i s povećanjem valne duljine indeks loma raste. Za niz tvari slična anomalna disperzija opaža se i u vidljivom dijelu spektra.



Slika 4.42 Ovisnost indeksa loma o valnoj duljini

Udjel anomalne disperzije opaža se u blizini rezonancije, kada se frekvencija padajućeg svjetla  $\nu$  približava vrijednosti jedne od frekvencija vlastitog titranja  $\nu_i$  električnog naboja tvari, s povećanjem frekvencije  $\nu$  i njezinim približavanjem vrijednosti  $\nu_i$

Amplituda prisilnih titranja tih naboja naglo raste, proizvodi jaku apsorpciju energije prvotnog vala i usporava njegovo širenje u prvotnom smjeru. Zahvaljujući tom zaostajanju, srednja brzina gibanja fotona u sredstvu  $v_{sr}$  jako pada, a koeficijent indeksa loma  $n = c / v_{sr}$  jako raste. Pri prijelazu s rezonantne frekvencije ( $\nu > \nu_i$ ) amplituda prisilnih titranja jako pada, a faza se naglo mijenja u suprotnu. To dovodi do smanjenja apsorpcije fotona, prorasta njihove srednje brzine širenja i smanjenja indeksa loma na uskom dijelu anomalne disperzije. Pri daljnjem smanjenju  $\lambda_0$  frekvencija padajućeg svjetla počinje se približavati sljedećoj rezonantnoj frekvenciji i indeks loma ponovno raste. Na taj način u širokim područjima normalne disperzije naizmjenično se nižu uski dijelovi anomalne disperzije s odgovarajućim rezonantnim frekvencijama.



Slika 4.43 Krivulja normalne i anomalne disperzije

Vrlo kratki elektromagnetski valovi koji odgovaraju R $\ddot{o}$ -zrakama ( $\lambda \approx 10^{-8}$  cm) imaju vrlo veliku frekvenciju koja je viša od svih rezonantnih frekvencija električnog naboja u atomima, molekulama i kristalima. Zato takve zrake gotovo ne apsorbiraju tvari i one slobodno prolaze kroz veće slojeve tijela. Sukladno tome, brzina rasprostiranja R $\ddot{o}$ -zraka u tvari praktično se ne razlikuje od brzine svjetla u vakuumu i indeks loma možemo smatrati jednakim 1.

#### 4.37 APSORPCIJA SVJETLOSTI

Pri prolasku svjetlosti kroz tvar, svjetlosni kvanti – fotoni se sudaraju s elektronima i predaju im svoju energiju. Ta energija se dijelom vraća u obliku sekundarnih zračenja pobuđenih elektrona, a dijelom prelazi u druge oblike energije (npr. u energiju gibanja atoma). Na taj način, intenzitet svjetlosti pri prolasku kroz tvarnu sredinu se smanjuje, kažemo da se svjetlost apsorbira u tvari.

Pokusi pokazuju da je promjena intenziteta svjetlosti  $dI$  proporcionalna upadnom intenzitetu  $I$  i debljini sloja  $dl$  koji prolazi, tj.

$$dI = -kI dl \quad (4.94)$$

gdje je  $k$  – koeficijent apsorpcije – veličina koja ovisi o osobinama sredine koja apsorbira svjetlost. Znak minus dolazi zato što se pri porastu  $dl$  smanjuje  $dI$  i obratno.

Ako je upadni intenzitet svjetlosti  $I_0$ , intenzitet svjetlosti  $I$  koja je prošla kroz sloj materijala debljine  $l$  nalazi se na sljedeći način. U relaciji (3.94) razdvojimo promjenjive i izvršimo integraciju

$$\int_{I_0}^I \frac{dI}{I} = -k \int_0^l dl \quad (4.95)$$

pa dobivamo

$$I = I_0 e^{-kl} \quad (4.96)$$

Relacija (3.96) predstavlja BURGEROV zakon.

Koeficijent apsorpcije je funkcija valne duljine svjetlosti. Kovine su praktično neprozračne za svjetlost, vrijednost koeficijenta apsorpcije je za njih reda veličine  $10^5$  cm $^{-1}$ , dok je za staklo približno  $10^{-2}$  cm $^{-1}$ . To je uvjetovano postojanjem slobodnih elektrona u kovini, koji se pod djelovanjem svjetlosti počinju gibati (u kovini se pojavljuju brzopromjenjive struje), a kao rezultat toga energija svjetlosnog vala se brzo smanjuje, prelazeći u unutrnju energiju kovina.

#### 4.38 DIFUZIJA (RASPRŠENJE) SVJETLOSTI

Sekundarna su zračenja elektrona nastala u materijalu kao rezultat prolaska svjetlosti koherentna. Za homogene sredine koherentni svjetlosni valovi, zbog interferencije, poništavaju se u svim smjerovima izuzev u smjeru širenja vala. Zbog toga nema prerazdiobe svjetlosti po smjerovima tj. njenog rasipanja (difuzije).

U nehomogenim sredinama (mutnim sredinama) kao što su dimovi, magle, emulzije, mliječno staklo itd. ne dolazi do poništavanja sekundarnih valova i pojavljuju se dovoljno ravnomjerno rasprostiranje svjetlosti u svim pravcima. Kao rezultat rasipanja svjetlosti u bočne smjerove njen intenzitet brže opada nego u slučaju apsorpcije samo u jednom smjeru. Zbog toga se koeficijentu prave apsorpcije treba dodati neki koeficijent  $k'$  koji karakterizira raspršenje, pa možemo pisati da je

$$I = I_0 e^{-(k+k')l} \quad (4.97)$$

Veličina  $k'$  naziva se koeficijent ekstincije.

Pojavom difuzije objašnjava se plavetnilo neba i njegovo crvenilo pri zalasku sunca, kao rezultat raspršenja sunčeve svjetlosti na slojevima atmosferskog zraka koji se nalazi u kaotičnom gibanju.

#### 4.39 MJERENJE SVJETLOSTI - FOTOMETRIJA

Dio optike koji se bavi mjerenjem intenziteta svjetlosti i karakteristikama svjetlosnih izvora naziva se FOTOMETRIJA.

Intenzitet svjetlosti karakteriziran je veličinom energije koju prenose svjetlosni valovi.

Količina svjetlosne energije koju izvor emitira kroz neku površinu  $S$ , normalnu na svjetlosne valove, u jedinici vremena, naziva se tok energije. Prema tome, tok energije ima dimenziju snage i mjeri se u vatima (W). Tok energije je funkcija valne duljine, odnosno frekvencija svjetlosti.

Svaki realni elektromagnetski val predstavlja skup TITRANJA s valnim duljinama koje se nalaze u nekom intervalu  $\Delta \lambda$ . Polikromatska svjetlost predstavlja skup elektromagnetskih valova iz intervala  $\Delta \lambda$  čije su granice od 400 nm do 750 nm. Ako su granice intervala  $\Delta \lambda$  vrlo bliske, dobivamo monokromatski (iste boje) svjetlosni val.

Označimo sa  $d\phi_e$  tok energije čija vrijednost odgovara valnim duljinama od  $\lambda$  do  $\lambda + d\lambda$ .

Funkcija razdiobe energije po valnim duljinama po definiciji je

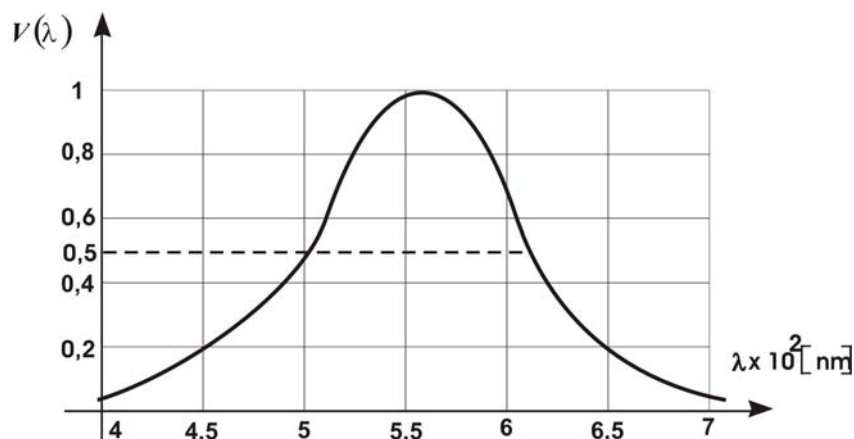
$$\varphi(\lambda) = \frac{d\phi_e}{d\lambda} \quad (4.98)$$

Ona predstavlja raspodjelu toka energije po njegovom spektru. Ako je ta funkcija poznata, možemo odrediti energetske tok koji odgovara proizvoljnom dijelu spektra ograničenog valnim duljinama od  $\lambda_1$  do  $\lambda_2$ , po formuli

$$\phi_e = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \varphi(\lambda) d\lambda \quad (4.99)$$

Djelovanje svjetlosti na ljudsko oko u velikoj mjeri ovisi od njenoj valnoj duljini, što se izražava tzv. funkcijom vidljivosti  $V(\lambda)$ . To je lako razumljivo ako se zna da elektromagnetni valovi čije su valne duljine izvan intervala vidljivog dijela spektra ne izazivaju vizualni osjećaj.

Osjetljivost normalnog čovječjeg oka na svjetlosne valove različitih valnih duljina dana je tzv. krivuljom vidljivosti (sl. 3.44). Krivulja vidljivosti prikazuje funkciju ovisnosti o valnoj duljini svjetlosti.



Slika 4.44 Funkcija vidljivosti

Maksimalna vrijednost funkcije vidljivosti, koja odgovara valnoj duljini  $\lambda=555$  nm (zeleni dio spektra) uzeta je za jedinicu, što znači da je pri istom energetske toku, vizualno procijenjeni intenzitet svjetlosti za druge valne duljine manji.

Sa slike 3.44 vidimo da energija svjetla s duljinom vala 510 nm ili 610 nm treba biti dvaput veća nego energija svjetla s  $\lambda=555$  nm, da bi vidni osjećaj bio isti. Pri  $\lambda < 380$  nm i  $\lambda > 780$  nm funkcija vidljivosti je jednaka nuli. Pokazana osobina osjetljivosti organa vida (oka) upućuje na zaključak da se subjektivna ocjena intenziteta razlikuje od objektivne. Zato se u fotometriji uvode dvojne jedinice: energetske (objektivne) i vizualne (subjektivne).

Da bi se okarakterizirala sposobnost svjetlosti da pri istom energetsom toku izaziva različit vizualni osjećaj, uvodi se pojam svjetlosnog toka  $\Phi$ .

U intervalu  $d\lambda$  svjetlosni tok se definiira kao produkt toka energije i odgovarajuće vrijednosti funkcije vidljivosti

$$d\Phi = V(\lambda)d\Phi_e \quad (4.100)$$

Ako tok energije izrazimo preko funkcije razdiobe energije po valnim duljinama, na osnovi relacije (3.97), možemo pisati da je

$$d\Phi = V(\lambda)\varphi(\lambda)d\lambda \quad (4.101)$$

Totalni svjetlosni tok je

$$\Phi_e = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} V(\lambda)\varphi(\lambda)d\lambda \quad (4.102)$$

gdje su  $\lambda_1$  i  $\lambda_2$  granične valne duljine vidljivog spektra.

Kako je  $V(\lambda)$  ima dimenziju jednaku 1 veličina, slijedi da dimenzije svjetlosnog toka odgovaraju dimenzijama energetske toka, prema relaciji (3.100). To omogućuje da svjetlosni tok koji se procjenjuje prema subjektivnoj vizualnoj osjetljivosti izrazimo preko objektivnih jedinica.

Vizualna jedinica za svjetlosni tok je lumen (oznaka lm). Pokusno je ustanovljeno da svjetlosnom toku od jednog lumena, koji se dobije emitiranjem svjetlosti valne duljine  $\lambda_0 = 555$  nm, odgovara energetski tok od 0,0016 W

$$1\text{lm} = 0,0016 \text{ W} \quad (4.103)$$

Svjetlosnom toku od jednog lumena pri svakom drugom spektralnom sastavu odgovara veća snaga, pa se obično veličina 0,0016 W/lm naziva minimalni mehanički ekvivalent svjetlosti.

Iz (3.103) slijedi da je 1 W = 650 lm (za  $\lambda = 555$  nm). Za monokromatsku svjetlost neke druge valne duljine vrijedi odnos

$$1\text{w} = 650V(\lambda) \text{ lm} \quad (4.104)$$

gdje je  $V(\lambda)$  vrijednost funkcije vidljivosti za danu valnu duljinu.

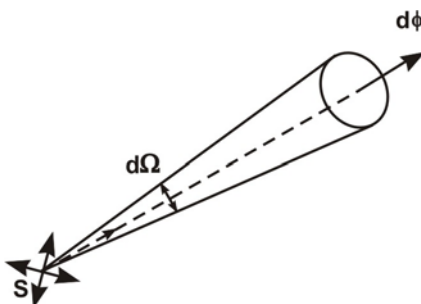
#### a. JAKOST (INTENZITET) SVJETLOSTI

Promatramo točkasti svjetlosni izraz  $S$ , koji zrači svjetlosne valove na sve strane. Izdvojimo dovoljno mali prostorni kut  $d\Omega$  u proizvoljnom pravcu (slika 3.46). Svjetlosni tok sadržan u tom prostornom kutu označimo sa  $d\Phi$ .



Jačina svjetlosti  $I$  u danom pravcu definirana je relacijom

$$I = \frac{d\Phi}{d\Omega} \quad (4.105)$$



Slika 4.45 Prostorni kut

tj. jačina svjetlosti u danom pravcu je brojno jednaka svjetlosnom toku po jediničnoj površini prostornoga kuta. U općem slučaju pravac je određen polarnim kutovima  $\varphi$  i  $\theta$  pa je jačina svjetlosnog izvora funkcija tih kutova tj.  $I = I(\varphi, \theta)$ .

Ako jačina svjetlosti ne ovisi od smjera, svjetlosni izvor se naziva izotropnim.

Za izotropni izvor je

$$I = \frac{\Phi}{\Omega} \quad (4.106)$$

Stavljajući u (3.105.) da je prostorni kut  $\Omega = 4\pi$  dobivamo da je totalni tok svjetlosnog izvora jačine  $I$  jednak

$$\Phi = 4\pi I \quad (4.107)$$

Vizualna jedinica jačine svjetlosti je kandela (lat. cendela = svijeća), obilježava se sa (cd) i jedna je od osnovnih jedinica Međunarodnog sustava jedinca (SI-sustav).

Kandela je svjetlosna jakost u danom smjeru zračenja onoga izvora koji odašilje jednobožno zračenje frekvencije  $540 \cdot 10^{12}$  Hz i kojemu je jakost zračenja u tom smjeru  $1/683$  W/steradianu

Jedna kandela je jednaka  $1/60$  jačine svjetlosti koju zrake u pravcu normale s površine  $1 \text{ cm}^2$  apsolutno crno tijelo na temperaturi prijelaza platine iz tekućeg u čvrsto stanje ( $2046,6^\circ\text{K}$ ). Uređaj koji osigurava te uvjete naziva se međunarodni svjetlosni etalon.

U tablici su predočene vrijednosti jačine svjetla za neke svjetlosne izvore.

IZVORI	JACINA SVJETLA (cd)
Žarulja bicikla	1

Žarulja bicikla s reflektorom	250
Žarulja bicikla 150W/24V s reflektorom	20000
Pomorski svjetionik u centru snopa	2000000

Tablica 4.2

Relacija (3.107) daje nam vezu između lumena i kandele, tj.

$$1 \text{ lm} = 1 \text{ cd} \cdot 1 \text{ sterad.}$$

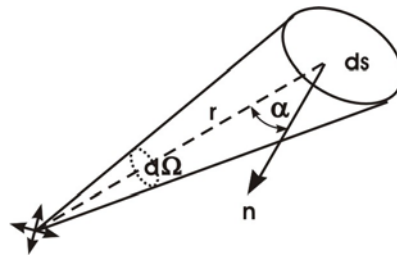
Jednom lumenu odgovara tok koji emitira svjetlosni izvor jačine jedne kandele unutar prostornoga kuta od jednog steradijana, odnosno svjetlosni izvor ima jačinu od jedne kandele ako emitira svjetlosni tok od jednog lumena u prostorni kut od jednog steradijana.

- a. **Osvijetljenost površine** određena je veličinom svjetlosnog toka koji pada na jedinicu površine

$$E = \frac{d\phi}{dS} \quad (4.108)$$

Jedinica osvjetljenosti je luks (lux). Prema (3.108) slijedi da je  $1 \text{ lux} = 1 \text{ lm/m}^2$ . Kažemo da je osvjetljenost površine jednaka jedan luks ako je na  $1 \text{ m}^2$  te površine ravnomjerno raspoređen padajući svjetlosni tok od jednog lumena. Energetska jedinica osvjetljenosti je  $\text{W/m}^2$ .

Osvjetljenost  $E$  površine  $ds$ , koja se dobiva od točkastoga svjetlosnog izvora, može se izraziti na sljedeći način.



Slika 4.46

Na površinu  $ds$  pada svjetlosni tok

$$d\phi = I d\Omega$$

gdje je :

$I$  intenzitet svjetlosnog izvora.

Prostorni kut

$$d\Omega = \frac{ds \cos \alpha}{r^2}$$

gdje je  $\alpha$  kut koji normala "n" na površinu  $ds$  zatvara s osi konusa, a  $r$  udaljenost svjetlosnog izvora od promatrane površine  $ds$ , pa je

$$d\phi = \frac{I ds}{r^2} \cos \alpha$$

odnosno

$$E = \frac{I \cos \alpha}{r^2} \quad (4.109)$$

Iz (3.109.) slijedi da osvijetljenost opada sa kvadratom rastojanja, a da je upravo proporcionalna produktu jačine svjetlosnog izvora i kosinusa upadnog kuta kojeg svjetlosne zrake grade sa normalom na upadnu površinu.

Formula (3.109.) vrijedi za točkaste izvore tj. u slučajevima kada su dimenzije izvora malene u usporedbi s udaljenostm  $r$ . Ovo se često naziva prvo Lambertov zakon. U donjoj tablici date su neke osvijetljenosti:

Tablica 4.3 Karakteristične osvijetljenosti

Sunčana svjetlost do	100000 lx
Oblačno vrijeme	2000 lx
Dnevna svjetlost u sobi	1000 lx
Vanjska rasvjeta ulice	8 lx

#### b. OSVIJETLJENOST (gustoća zračenja) – R

Na izvoru svjetlosti konačnih dimenzija, izdvojimo element površine  $ds$ . Označimo sa  $d\phi$  svjetlosni tok koji emitira izdvojeni element površine  $ds$  na sve strane.

Omjer

$$R = \frac{d\phi}{ds}$$

Naziva se osvijetljenost. **Osvijetljenost** je brojno jednak svjetlosnom toku koji tijelo emitira sa jedinične površine u svim pravcima. Vizualna jedinica za Osvijetljenost je 1 lux. Energetska jedinica je  $W/m^2$ .

Emitirani svjetlosni tok može da potiče od tijela, kao samostalnog svjetlosnog izvora, ili kao rezultat refleksije svjetlosti koja potiče od drugog svjetlosnog izvora.

Osvijetljenost tijela koja je rezultat refleksije upadnih zraka, određena je njegovom Osvijetljenošću. Osvijetljenost je upravo razmjerna s osvjetljenošću, tj.

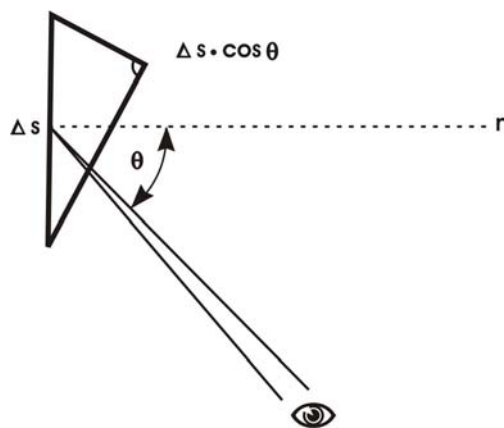
$$E = k E_0$$

$k$  se naziva koeficijent rasipanja. Za realna tijela  $k < 1$ . Većina tijela selektivno rasipa svjetlost, tj. za njih je  $k$  različito za razne valne duljine. Takva tijela vidimo kao obojena. Tijela kod kojih je  $k$  blisko jedinici, za sve valne duljine vidljivog dijela spektra, nazivaju se bijelim tijelima, što znači da bijela tijela odbijaju gotovo svu svjetlost koja na njih pada. Crna tijela su ona kod kojih je  $k$  za sve valne duljine isti i mnogo manji od jedinice, što znači da ona upijaju gotovo svu svjetlost koja na njih pada.

### c. Sjaj (luminacija) izvora

Zračenje (odbijanje) svjetlosnog toka u danom pravcu s površine tijela karakterizira sjaj površine.

Sjaj površine  $\Delta s$  u nekom pravcu, po definiciji, jednak je odnosu jačine svjetlosti s te površine i projekcije promatrane površine na ravan koja je normalna na promatrani pravac (sl. 3.47).



Slika 4.47

Projekcija površine jednaka je  $\Delta s \cos \theta$ , gdje je  $\theta$  kut koji promatrani pravac zatvara sa normalom na površinu  $\Delta s$ . Kako je intenzitet svjetlosti

$$I = \frac{d\phi}{d\Omega}$$

to po definiciji sjaja, možemo napisati

$$R = \frac{d\phi}{d\Omega \Delta s \cos \theta} = \frac{I}{\Delta s \cos \theta} \frac{\text{cd}}{\text{m}^2}$$

Jedinica za sjaj je nit (nt).

Sjaj od jednog nita ima ravnomjerno osvijetljena ravna površina, u smjeru normalnom na nju, ako je u tom smjeru jačina svjetlosti emitirana s  $1 \text{ m}^2$  površine jednaka jednoj kandeli.

#### Drugi Lambertov zakon

Ako je sjaj površine konstantan u svim smjerovima, tada površina svijetli difuzno na sve strane u poluprostor  $2\pi$  pa je

$$R = \frac{I}{\Delta s \cos \theta} = \text{konst.}$$

Iz posljednje jednačbe slijedi da je jakost svjetlosti ovisna o  $\cos\theta$ , tj.  $I = B \Delta s \cos\theta = I_0 \cos\theta$ , gdje je  $I_0 = B\Delta s$  jakost svjetlosti u okomitom smjeru. To je drugi Lambertov zakon.

### d. FOTOMETRI

Instrumente koji služe za uspoređivanje svjetlosnih izvora s ciljem određivanja jačine svjetlosti nazivamo fotometrima.

Fotometri se dijele na vizualne subjektivne (optičke) i objektivne (električne). Većina vizualnih fotometara zasniva se na zakonu da se jačine dvaju svjetlosnih izvora odnose kao kvadrati njihovih razdaljina (prema relaciji (3.109)).

Objektivni fotometri zasnovani su na principu fotoelektričnog učinka, gdje se s pomoću fotočelije ili fotočlanka svjetlost pretvara u električnu energiju.

Instrumenti koji mjere osvijetljenost izbaždareni su u luksima, pa se nazivaju LUKSMETRI.

<b>4. OPTIKA</b>	<b>207</b>
4.1 UVOD	207
4.2 RAZVOJ PRETPOSTAVKI O PRIRODI SVJETLOSTI	207
4.3 BRZINA SVJETLOSTI	210
4.4 OPTIKA POKRETNIH SREDINA	212
4.5 SPECIJALNA TEORIJA RELATIVNOSTI	213
4.6 GALILEJEVE I LORENTZOVE TRANSFORMACIJE	214
4.7 POSLJEDICE LORENTZOVIH TRANSFORMACIJA	216
4.8 DOPPLEROV EFEKT U OPTICI	218
4.9 RELATIVISTIČKA DINAMIKA	220
4.10 OSNOVNE IDEJE OPĆE TEORIJE RELATIVNOSTI	223
4.11 GEOMETRIJSKA OPTIKA	225
<b>4.11.1 Osnovni pojmovi</b>	<b>225</b>
4.12 REFLEKSIJA	226
4.13 REFRAKCIJA (LOM SVJETLOSTI)	227
4.14 PRELAMANJE KROZ PRIZMU	229
4.15 PRELAMANJE NA SFERNOJ GRANICI	230
4.16 OPTIČKA LEĆA	234
4.17 CENTRIRANI OPTIČKI SUSTAV	236
4.18 UVEĆANJE OPTIČKOG SUSTAVA	238
4.19 NEDOSTACI OPTIČKIH SUSTAV	240
4.20 OPTIČKI INSTRUMENTI	242
4.21 FIZIKALNA ILI VALNA OPTIKA	244
4.22 GRUPNA BRZINA	246
4.23 INTERFERENCIJA SVJETLOSTI	249
4.24 INTERFERENCIJA SVJETLOSTI PRI ODBIJANJU OD TANKIH PROZIRNIH LISTIĆA	251
<i>Interferencija na listovima jednake debljine (panparalelnim pločama)</i>	<b>252</b>
<i>Interferencija na listovima promjenljive debljine</i>	<b>254</b>
4.25 PRIMJENA INTERFERENCIJE	255
<i>Ispitivanje kvalitete obrade površine</i>	<b>255</b>
<i>Mjerenje malih promjena duljine</i>	<b>255</b>

4.26	KOHERENCIJA KOD SVJETLOSTI	256
4.27	DIFRAKCIJA SVJETLOSTI	258
4.28	FRESNELOVA DIFRAKCIJA	259
4.29	DIFRAKCIJA NA KRUŽNOM OTVORU	262
4.30	INTERAKCIJA SVJETLOSTI I MATERIJE	267
4.31	POLARIZACIJA SVJETLOSTI	267
4.32	POLARIZACIJA PRI REFLEKSIJI I REFRAKCIJI	268
4.33	POLARIZACIJA PRI DVOJNOM PRELAMANJU	268
4.34	POLARIZACIJA S POMOĆU SELEKTIVNE APSORPCIJE	270
4.35	UMJETNO DVOJNO PRELAMANJE	271
4.36	DISPERZIJA SVJETLOSTI	272
4.37	APSORPCIJA SVJETLOSTI	275
4.38	DIFUZIJA (RASPRŠENJE) SVJETLOSTI	276
4.39	MJERENJE SVJETLOSTI - FOTOMETRIJA	276
a.	<b>JAKOST (INTENZITET) SVJETLOSTI</b>	<b>278</b>
b.	<b>OSVIJETLJENOST (gustoća zračenja) – R</b>	<b>281</b>
c.	<b>Sjaj (luminacija) izvora</b>	<b>282</b>
d.	<b>FOTOMETRI</b>	<b>283</b>