

Fizika 2

Valna optika



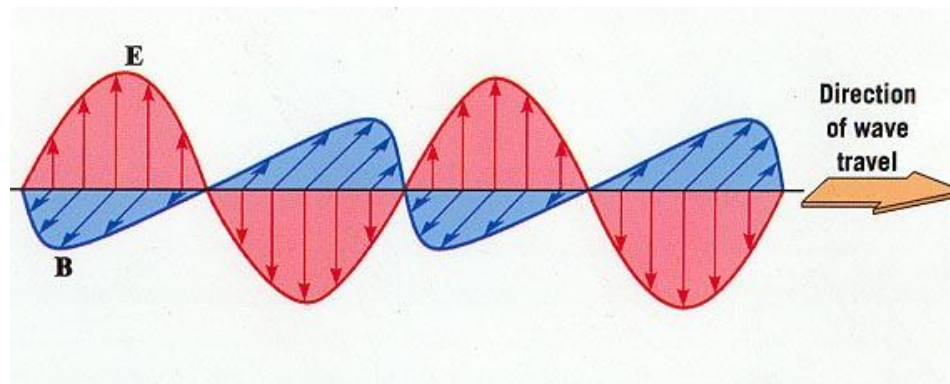
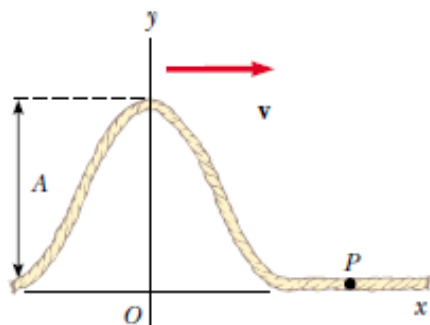
Valovi

Valovi

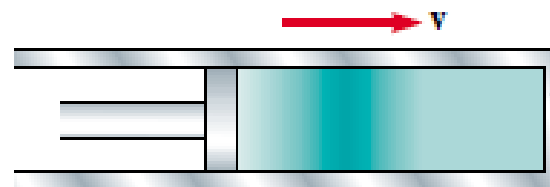
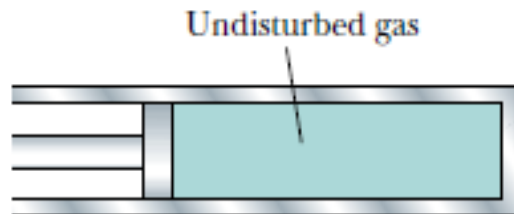
- Val je titranje (poremećaj) sredstva koji se širi u prostoru s određenom brzinom prenoseći pritom energiju.
- **Progresivni (putujući) val** giba se u određenom smjeru i pritom se energija prenosi sa čestice na česticu.
- **Stojni (stacionaran) val** je takav val kod kojeg neke čestice titraju, a neke stalno miruju. Suprotno progresivnom valu, pri stojnom se valu energija ne širi prostorom.
- Vrste valova:
- **Mehanički:** potrebno im je elastično sredstvo za širenje (valovi na vodi, na opruzi, zvuk).
- **Elektromagnetski:** šire se i kroz vakuum; ne trebaju nikakvo sredstvo (sav spektar elektromagnetskog zračenja od radio valova do x-zraka)

Transverzalni i longitudinalni valovi

- **Transverzalni val:** čestice sredstva titraju okomito na smjer širenja vala (val na konopcu, elektromagnetski val koji se širi brzinom od $3 \cdot 10^8$ m/s)



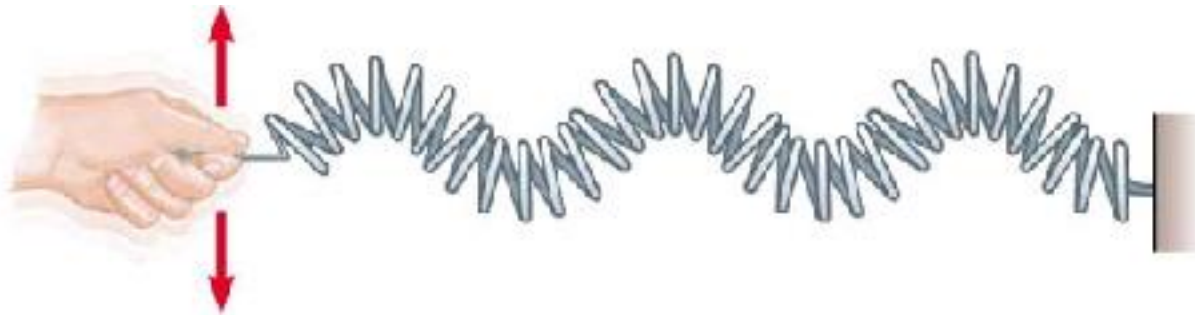
- **Longitudinalni val:** čestice sredstva titraju u smjeru širenja vala (titranje opruge, zvučni valovi koji se u zraku šire brzinom od 340 m/s)



Plin u ravnoteži – nema poremećaja

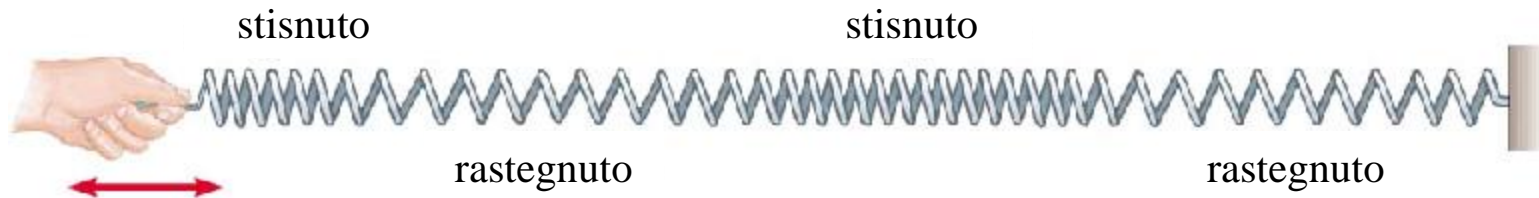
Transverzalni i longitudinalni valovi

Transverzalni val - pomak okomit na smjer širenja



a) Transverzalni val

Longitudinalni val - pomak je paralelan smjeru širenja



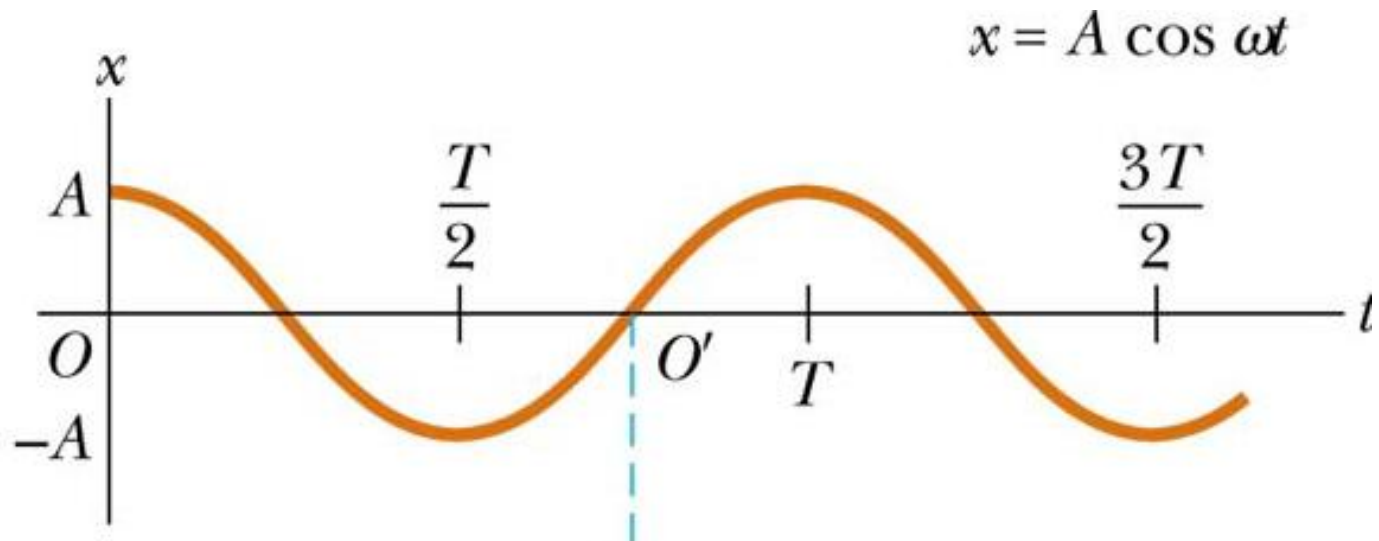
b) Longitudinalni val

Valna terminologija

- **Valna duljina, λ** - udaljenost najbližih točaka koje titraju istom fazom; odnosno dok čestica napravi jedan puni titraj, val prevali udaljenost koju zovemo valna duljina λ .
- **Elongacija, s , x ili y** - pomak čestice od položaja ravnoteže, tj. od srednje vrijednosti fizikalne veličine kojom se opisuje val ili titranje.
- **Amplituda, A** - maksimalna elongacija.
- **Frekvencija f** - fizikalna veličina kojom se izražava broj titraja u određenom vremenskom intervalu.

$$f = \frac{1}{T} [s^{-1} = \text{Hz}]$$

Kružna frekvencija: $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$



Valna terminologija

- Harmonijsko titranje je periodičko gibanje pri kojem se materijalna točka giba oko ravnotežnog položaja.
- **Period, T** - veličina kojom se iskazuje trajanje jednog ciklusa periodične promjene, tj. trajanje jednog potpunog titraja (za to vrijeme tijelo dvaputa prođe kroz položaj ravnoteže). To je najmanji vremenski interval nakon kojeg vremenska funkcija $f(t)$ kojom se ta promjena opisuje poprima iste vrijednosti, tj. za period T vrijedi:
 - $$f(t+T) = f(t)$$
- **Period T** je vremenski interval između dvije uzastopne jednake faze i ne ovisi o amplitudi titranja (karakteristika svakog harmonijskog titranja).
- **Faza** titranja je trenutno stanje određenog titranja, tj. položaj i brzina tijela u određenom vremenskom trenutku.

Valne relacije

- Valovi se kroz sredstvo šire određenom brzinom koja se zove **fazna brzina**, jer se njome širi određena faza vala.

Za vrijeme perioda T (jedan potpuni titraj) val prijeđe jednu valnu duljinu

$$\Rightarrow \lambda = vT$$

$$T = \frac{1}{f} \Rightarrow v = \lambda f$$

brzina širenja vala (**fazna brzina**)

U specijalnom slučaju kada se elektromagnetski val giba kroz vakuum, tada

je $v = c$, gdje je c brzina svjetlosti u vakuumu, pa izraz postaje: $c = \lambda f$

Brzina vala ovisi o osobinama sredstva kroz koje prolazi. Brzina i valna duljina se mijenjaju kad val prelazi iz jednog optičkog sredstva u drugo, ali frekvencija ostaje ista.

- Brzina širenja energije zove se **grupna brzina** i razlikuje se od fazne, ako fazna brzina ovisi o valnoj duljini (kao u disperzivnom sredstvu):

$$v_g = v_f - \lambda \frac{dv_f}{d\lambda}$$

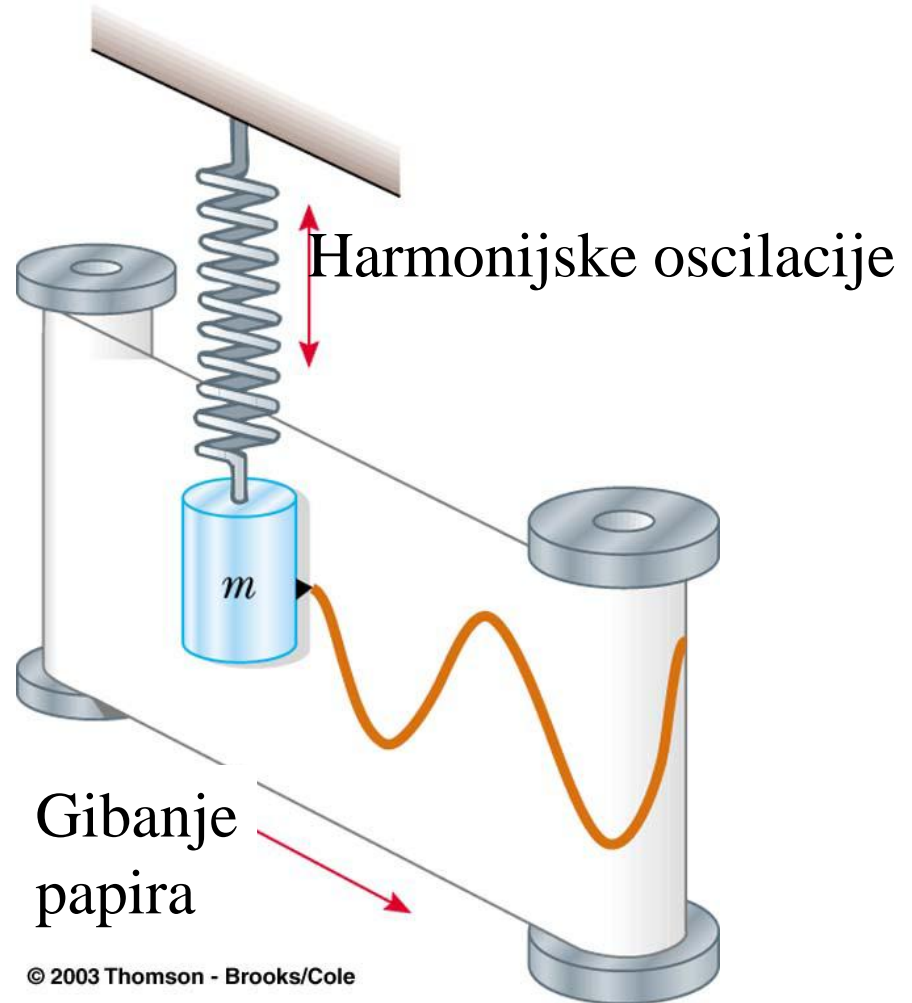
Jednostavni harmonički valovi

Svako titranje uzrokuje sila koja nastoji vratiti sustav u položaj ravnoteže. Najjednostavnije titranje je ono koje uzrokuje sila proporcionalna s pomakom iz položaja ravnoteže (Hookov zakon):

$$\vec{F} = -k\vec{x}$$

Samo ona periodička gibanja kod kojih je sila proporcionalna pomaku jesu jednostavna harmonijska gibanja.

Sustav koji se tako periodički giba, titra (oscilira) zove se harmonijski oscilator (atomi i molekule, el. naboji u električnim krugovima, njihala, žice glazbenih instrumenata).



Periodički pomak vs udaljenost

Fazna razlika

Rješenje jednačbe koja opisuje harmonijsko titranje, za ravne valove:

$$y(x, t) = A \sin(\omega t - kx)$$

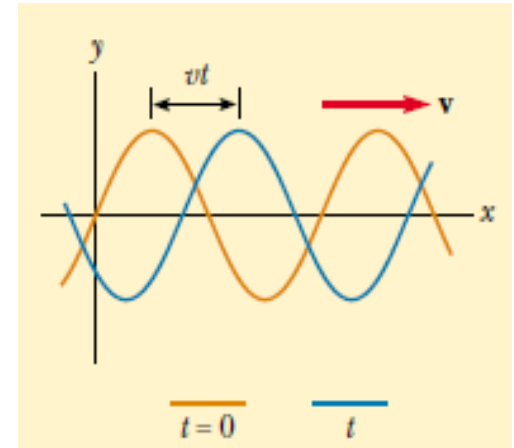
(val se širi na desno), pretpostavlja da je vertikalni pomak y nula u $x = 0$ i $t = 0$, a to ne mora biti slučaj.

Ako nije, izražavamo općenitu valnu funkciju u obliku

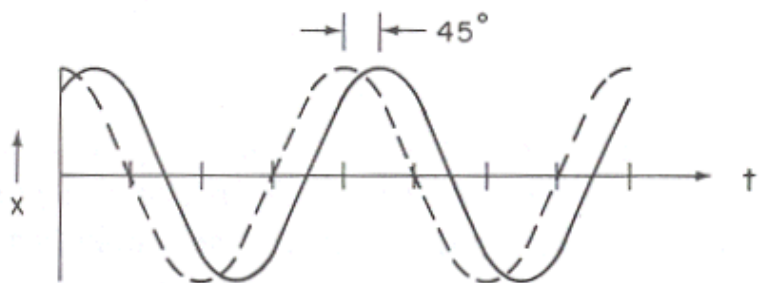
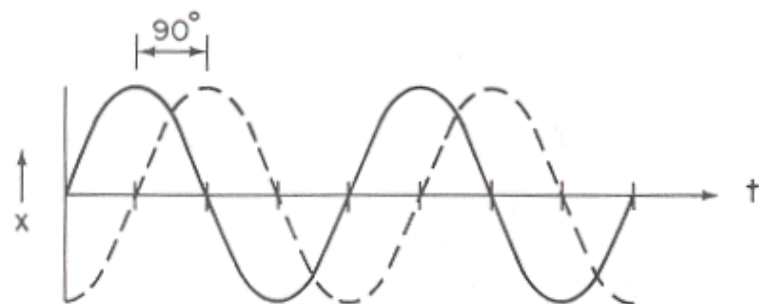
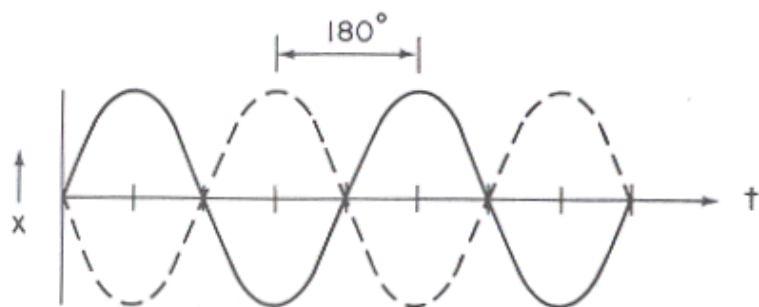
$$y(x, t) = A \sin(\omega t - kx + \varphi)$$

Pomak u fazi od 90-stupnjeva mijenja sinus u kosinus

$$\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = \sin(\omega t)$$



Fazna razlika



Ako u $t=0$ točka u izvoru vala ($x=0$) počne titrati, taj će se poremećaj proširiti do x za $t=x/v$. Razlika u fazi titranja čestice na mjestu x i u izvoru vala je proporcionalna s udaljenošću x ;

Konstanta proporcionalnosti je valni broj k

$$\Delta\varphi = k\Delta x$$

$$\Delta x = v\Delta t$$

prema definiciji:

$$\text{za } x = \lambda \Rightarrow \Delta\varphi = 2\pi \Rightarrow k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

□ **Valna funkcija** (val putuje s lijeva na desno):

□ Općenito valna funkcija ovisi o x i t :

$$y = y(x, t)$$

U trenutku t , čestica je pomaknuta od $x = 0$ za $t-x/v$

$$y(x = 0, t) = A \sin \omega t \Rightarrow y(x, t) = A \sin \omega \left(t - \frac{x}{v} \right) = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

□ **Valna funkcija** (val putuje s desna na lijevo):

$$y(x, t) = A \sin(\omega t - kx)$$

□ Vremenski pomak je $t + x/v$. Dakle, valna funkcija je:

$$y(x, t) = A \sin \omega \left(t + \frac{x}{v} \right) = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right) = A \sin(\omega t + kx)$$

Faza vala je: $\omega t \pm kx$ (u radijanima)

- Fazna razlika se može izraziti i preko vremenskog intervala t:

$$\Delta\varphi = k\Delta x$$

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta x$$

$$\Delta x = v\Delta t \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \lambda f\Delta t = 2\pi f\Delta t$$

$$\Rightarrow \Delta\varphi = \omega\Delta t$$

- Ako se val širi sredstvom indeksa loma n ($n \neq 1$):

- $\Delta\varphi = \omega\Delta t$

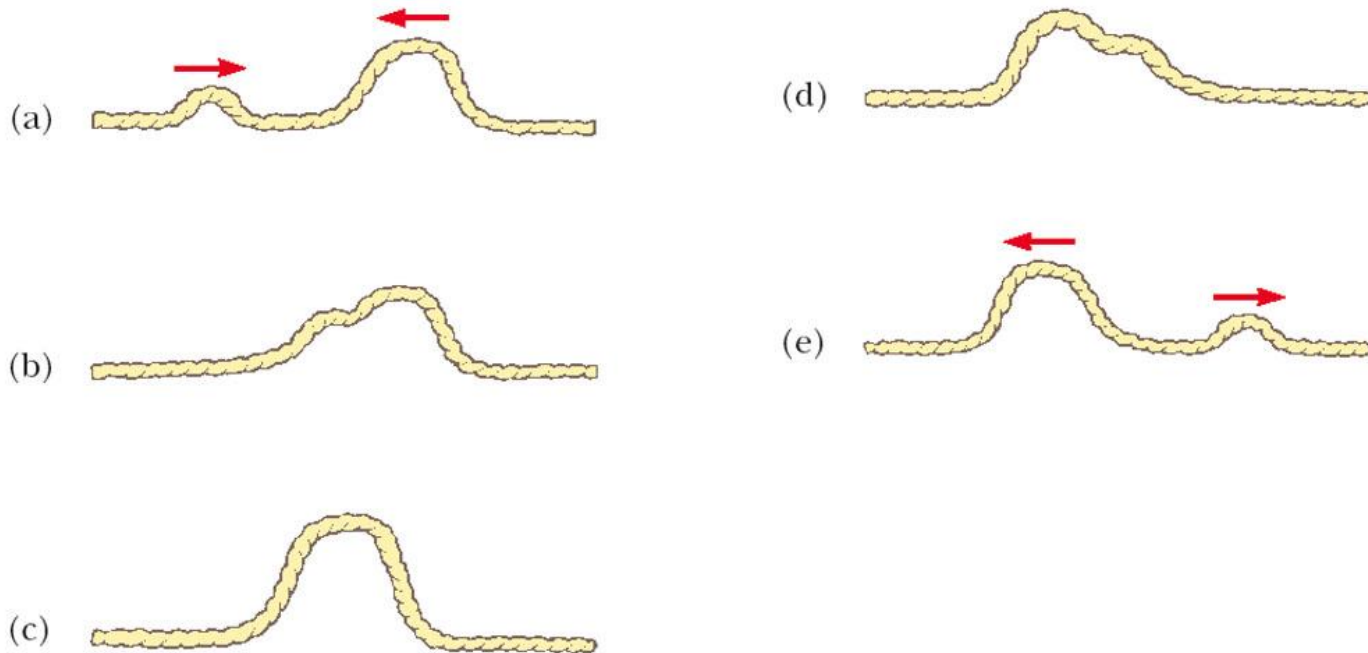
$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta x}{v}$$

- $\Delta\varphi = \omega \frac{\Delta x}{v}$

- $v = \frac{c}{n} \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{\omega}{c} n\Delta x$ veličina $n\Delta x$ zove se razlika optičkih puteva

Princip superpozicije

- Kada se dva vala u prostoru preklapaju pomak vala je zbroj pojedinačnih pomaka.



© 2006 Brooks/Cole - Thomson

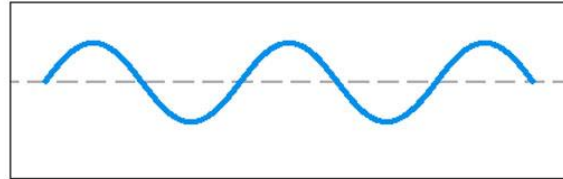
- Ako su dva ili više valova putuju kroz medij, rezultatna valna funkcija u bilo kojem trenutku je algebarska suma valnih funkcija pojedinih valova.

Interferencija

- Interferencija je superpozicija (zbrajanje) harmoničkih valova, koje ovisno o relativnoj fazi dva vala može dovesti do
 - Konstruktivne interferencije
 - Destruktivne interferencije

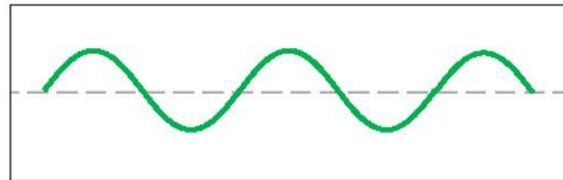
Konstruktivna interferencija

Val 1



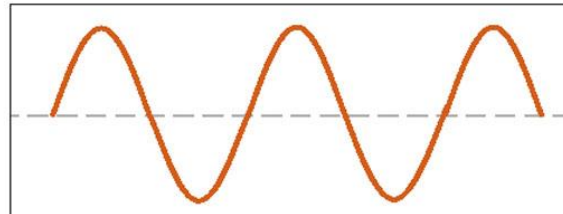
(a)

Val 2



(b)

Superposition



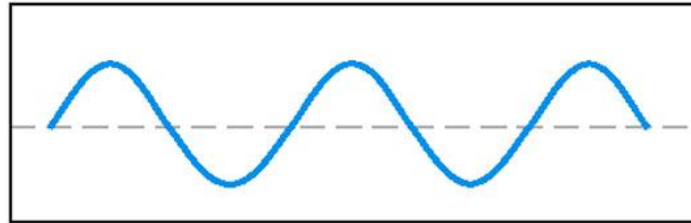
(c)

© 2006 Brooks/Cole - Thomson

Dva vala imaju istu fazu, razlika faza je nula, odnosno $m\lambda$,
 $m=0,1,2,3\dots$

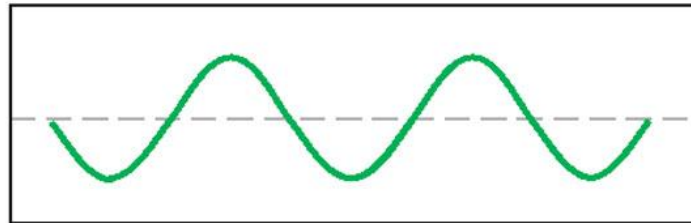
Destruktivna interferencija

Val 1



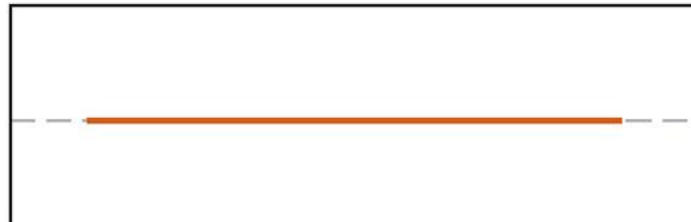
(a)

Val 2



(b)

Superpozicija



(c)

© 2006 Brooks/Cole - Thomson

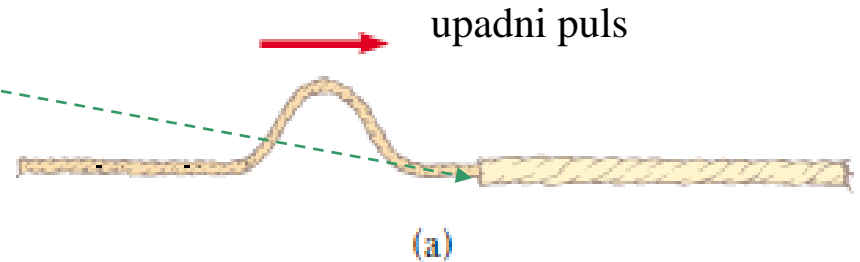
Razlika faza valova je 180° , tj. π , tj. $\lambda/2$, odnosno neparan broj valnih poluduljina $(2m+1) \lambda/2$

Refleksija i transmisija

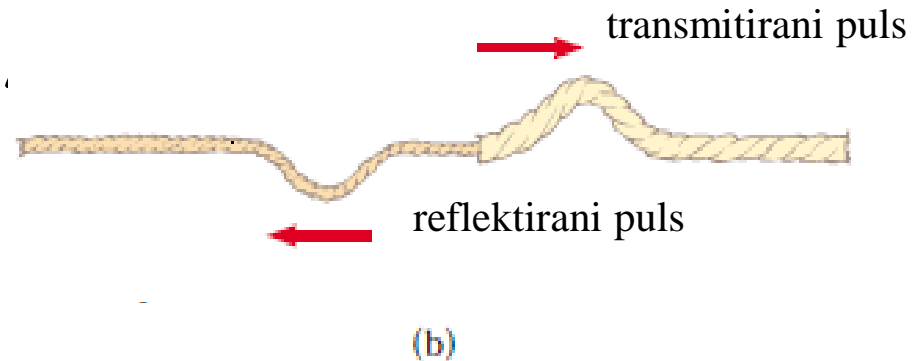
- Kada val dosegne granicu sredstva, odnosno promjeni medij kroz koji se širi, dio vala se reflektira, a dio vala se transmitira. Prilikom refleksije vala, uz promjenu smjera širenja može doći i do promjene faze reflektiranog vala.
- Promjena faze reflektiranog vala ovisi o tome da li val dolazi iz optički rjeđeg u optički gušće sredstvo ili obratno.

Refleksija i transmisija

- **granica** između dva sredstva
- dio upadnog pulsa se reflektira, a dio transmitira - dio pulsa prolazi kroz granicu.

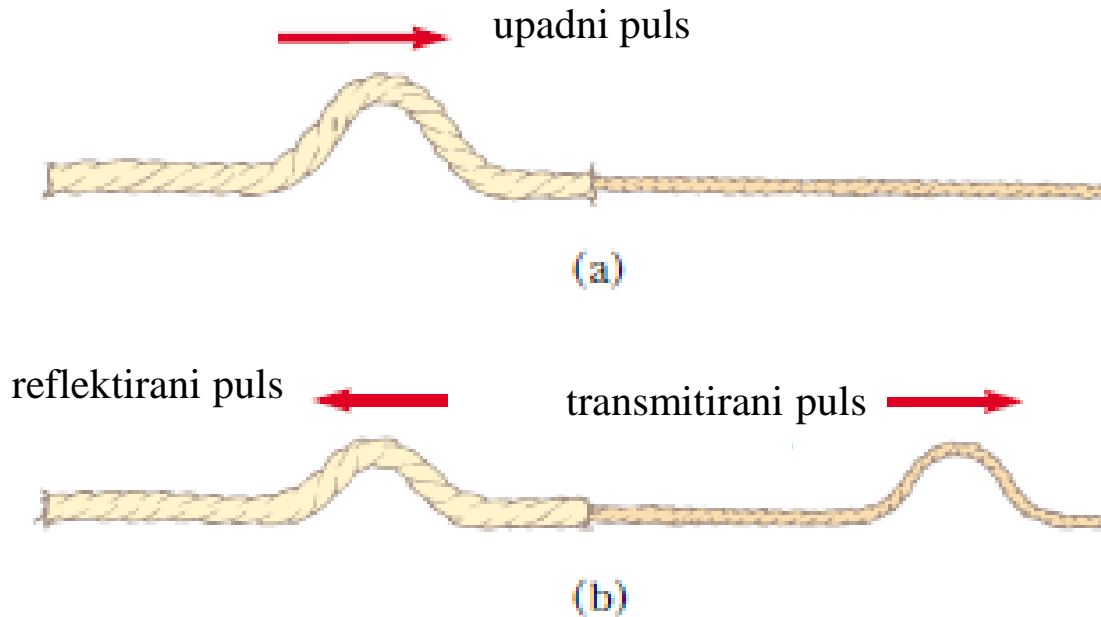


- Kad puls koji putuje laganom niti dosegne granicu dviju niti, dio impulsa se reflektira i dolazi do promjena faze za pola valne duljine (refleksija na čvrstom kraju, sredstvo većeg indeksa loma) a dio se prenosi na težu nit.



- (a) puls koji putuje u desno laganom niti (sredstvo manjeg indeksa loma) vezanom na težu nit (sredstvo većeg indeksa loma).
- (b) Dio upadnog pulsa se reflektira i promijeni fazu za $\lambda/2$, a dio se transmitira na težu nit.

Refleksija i transmisija



Puls putuje težom niti i udara u granicu između teške i lake niti, tj. prelazi iz optički gušćeg u rjeđe sredstvo. Dio pulsa se reflektira, a dio se transmitira. U ovom slučaju, reflektirani puls ne mijenja fazu.

Brzine i ubrzanja vs vrijeme

- Kad je ubrzanje objekta proporcionalno njegovom pomaku iz ravnotežnog položaja i usmjereno je u smjeru suprotnom od pomaka, objekt se giba jednostavnim harmonijskim gibanjem.

$$F_x = -kx$$

$$ma_x = -kx \Rightarrow a_x = -\frac{k}{m}x$$

- Položaj x jednostavnog harmonijskog oscilatora mijenja periodično u vremenu prema izrazu

$$x = A \cos(\omega t + \phi)$$

- Brzina i ubrzanje jednostavnog harmonijskog oscilatora su:

$$v = \frac{dx}{dt} = -\omega A \sin(\omega t + \phi)$$

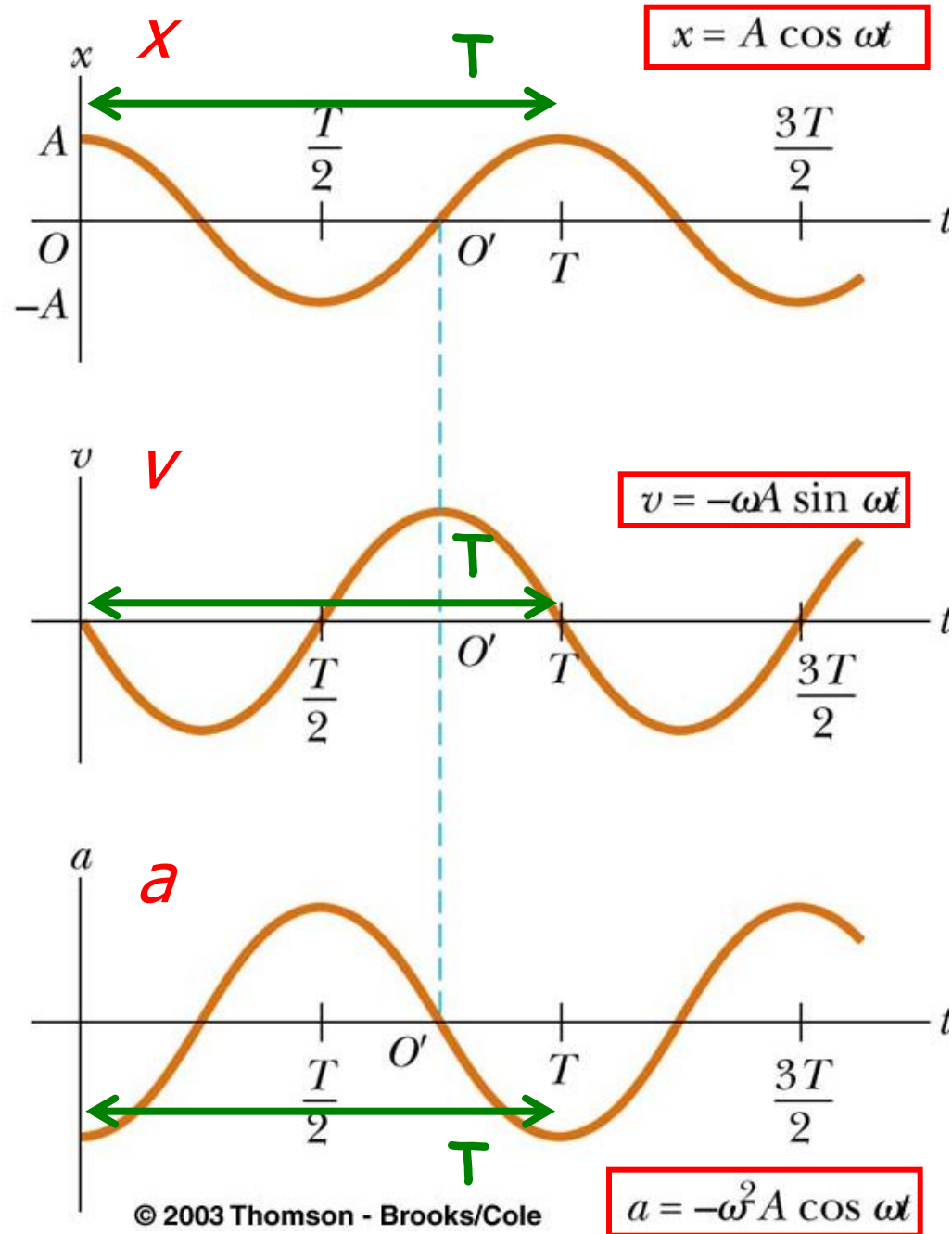
$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 A \cos(\omega t + \phi)$$

$$v = \pm \omega \sqrt{A^2 - x^2}$$

Brzine i ubrzanja vs vrijeme

- Brzina je 90° "izvan faze" s x : Kad je x u maksimumu, v je u minimumu
- Ubrzanje je 180° "izvan faze" s x

$$a = \frac{F}{m} = -\frac{k}{m} x$$



Brzine i ubrzanja vs vrijeme

$$x = A \cos \omega t$$

$$v = -v_{\max} \sin \omega t$$

$$a = -a_{\max} \cos \omega t$$

$$x = A \cos(\omega t - \phi)$$

$$v = -\omega A \sin(\omega t - \phi)$$

$$a = -\omega^2 A \cos(\omega t - \phi)$$

Nađite v_{\max} pomoću zakona očuvanja E

$$\frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} m v_{\max}^2$$

$$v_{\max} = A \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Nađite a_{\max} koristeći II Newtonov zakon $F = ma$

$$-kx = ma$$

$$-kA \cos \omega t = -m a_{\max} \cos \omega t$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$a_{\max} = A \frac{k}{m}$$